ZJU 2024–2025 学年春夏学期

计算经济学讨论班

Lec 5: 不完全信息动态博弈

吴一航 yhwu_is@zju.edu.cn

浙江大学计算机科学与技术学院

CONTENT

目录

信号博弈的直观

接下来将进入最为复杂的博弈情形，即同时融入动态博弈和不完全信息两个扩展。在不完全信息的情况下，子博弈完美、逆向归纳法均失效。这是因为在不完全信息博弈中，每个人选择的策略与自己的类型有关，因此博弈前期的选择会影响后续其他参与人对自己类型的**信念（belief）**，从而影响后续的选择。

以**信号博弈（signaling game）**为例，这是一类重要且最基本的不完全信息动态博弈。经济学中最经典的信号博弈是斯宾塞（Spence，1974）的劳动力市场模型。在这一博弈中，能力强的人希望通过选择更高的教育水平（需要更高的学习成本）来体现自己的能力，从而获得更高的工资。在理想情况下，高能力者选择高教育水平，低能力者选择低教育水平，从而使得雇主能够根据教育水平来判断员工的能力。这一例子就表明博弈前期的选择会影响后续参与人的信念，从而影响后续选择。

在理解了信号博弈的直观后，我们可以抽象出一般的信号博弈的定义。在信号博弈中有两个参与人，其中参与人 1 的类型 $\theta \in \Theta$ 是私有信息，参与人 2 的类型是共同知识。博弈顺序如下：

1. 自然选择参与人 1 的类型 $\theta \in \Theta$，参与人 1 知道自己的类型，参与人 2 不知道，但知道 θ 的先验分布；
2. 参与人 1 从类型 θ 下的行动集 A_1（不产生歧义，故在行动集的表达中省略参与人 1 类型）中选择行动 a_1；
3. 参与人 2 根据参与人 1 的行为 a_1 后使用贝叶斯公式更新对 θ 的信念，选择行动 a_2。

在信号博弈中，参与人 1 的策略规定了其每一种类型下选择行动 a_1 的概率分布 $\sigma_1(\cdot \mid \theta)$，参与人 2 的策略规定了对于每一个行动 a_1 在行动 a_2 上的一个概率分布 $\sigma_2(\cdot \mid a_1)$。记参与人 i 的收益函数为 $u_i(\cdot,\cdot,\theta)$，其中前两项分别代表参与人 1 和参与人 2 的策略。在以上记号下，不难计算当参与人 2 采取策略 $\sigma_2(\cdot \mid a_1)$ 时，类型为 θ 的参与人 1 选择策略 $\sigma_1(\cdot \mid \theta)$ 的收益为

$$u_1(\sigma_1,\sigma_2,\theta) = \sum_{a_1}\sum_{a_2}\sigma_1(a_1 \mid \theta)\sigma_2(a_2 \mid a_1)u_1(a_1,a_2,\theta)$$

参与人 1 选择策略 $\sigma_1(\cdot \mid \theta)$ 后，情况会更加复杂，因为参与人 2 需要首先更新对参与人 1 类型的信念。更新信念听起来十分高级，但实际上就是已知参与人 1 在均衡下的策略 $\sigma_1^*(\cdot \mid \theta)$ 时，参与人 2 需要计算出 θ 的后验分布 $\mu(\theta \mid a_1)$。

显然其中相差的就是一个贝叶斯公式：

$$\mu(\theta \mid a_1) = \frac{p(\theta)\sigma_1^*(a_1 \mid \theta)}{\sum_{\theta' \in \Theta} p(\theta')\sigma_1^*(a_1 \mid \theta')}$$

当然这一公式要求 $\sum_{\theta' \in \Theta} p(\theta')\sigma_1^*(a_1 \mid \theta') > 0$，否则分母为 0。分母为 0 时通常默认 $\mu(\cdot \mid a_1)$ 可以为 Θ 上的任意概率分布。

因此参与人 1 根据策略 $\sigma_1(\cdot \mid \theta)$ 选择 a_1 后，参与人 2 得到 $\mu(\theta \mid a_1)$ 并选择策略 $\sigma_2(\cdot \mid a_1)$ 的收益为

$$\begin{aligned} & \sum_{\theta} \mu(\theta \mid a_1) u_2(a_1, \sigma_2, \theta) \\ = & \sum_{\theta} \sum_{a_2} \mu(\theta \mid a_1) \sigma_2(a_2 \mid a_1) u_2(a_1, a_2, \theta) \end{aligned}$$

完美贝叶斯均衡

在理解了信号博弈中参与人的策略和收益函数后，我们可以定义信号博弈的均衡，称之为**完美贝叶斯均衡（perfect Bayesian equilibrium）**：

定义

完美贝叶斯均衡是信号博弈的一个策略组合 (σ_1^*, σ_2^*) 和后验信念 $\mu(\cdot \mid a_1)$，满足以下三个条件：

1. $\forall \theta, \sigma_1^*(\cdot \mid \theta) \in \arg\max_{\sigma_1} u_1(\sigma_1, \sigma_2^*, \theta)$；
2. $\forall a_1, \sigma_2^*(\cdot \mid a_1) \in \arg\max_{\sigma_2} \sum_\theta \mu(\theta \mid a_1) u_2(a_1, \sigma_2, \theta)$
3. $\mu(\theta \mid a_1) = \dfrac{p(\theta)\sigma_1^*(a_1 \mid \theta)}{\sum_{\theta' \in \Theta} p(\theta')\sigma_1^*(a_1 \mid \theta')}$

完美贝叶斯均衡

不难理解，完美贝叶斯均衡实际上就是一个三元组：参与人 1 的策略，参与人 2 的策略，以及参与人 2 对参与人 1 类型的后验信念。

- 第一式表明参与人 1 在任意类型下都选择了相对于参与人 2 均衡策略的最优策略；
- 第二式表明参与人 2 在参与人 1 的任意行动下都选择了相对于参与人 1 均衡策略的的最优策略；
  - 结合动态博弈完美纳什均衡的概念，不难理解此两式也是这一均衡称之为“完美”均衡的原因；
- 第三式表明参与人 2 的后验信念是根据贝叶斯公式得到的。

因此要验证一个策略组合和后验概率是否时完美贝叶斯均衡，只需要验证两个最优反应条件和一个贝叶斯公式即可。

例：扑克游戏

接下来考察一个非常简单的纸牌游戏的完美贝叶斯均衡来具体求解一个信号博弈：设有两个参与人 1 和 2，两张纸牌：王牌和小牌，王牌和小牌都可能成为游戏的底牌，且两者成为底牌的概率相等。首先自然决定了游戏的底牌，接下来博弈按如下顺序进行：

1. 参与人 1 看到了底牌，参与人 2 没有看底牌；
2. 参与人 1 看到底牌后如果选择放弃，此时收益为 $(-1, 1)$，即参与人 1 付出 1 的代价，参与人 2 获得 1 的收益；
3. 参与人 1 看到底牌后如果选择加注：
   - 参与人 2 可以选择放弃，此时收益为 $(1, -1)$，即参与人 1 获得 1 的收益，参与人 2 付出 1 的代价；
   - 参与人 2 可以选择跟注，此时如果底牌是王牌，收益为 $(2, -2)$，否则如果底牌是小牌，收益为 $(-2, 2)$。

例：扑克游戏

设参与人 1 在看到底牌为王牌时加注的概率为 p，在看到底牌为小牌时加注的概率为 q，参与人 2 选择跟注的概率为 r。首先一个显然的结果是，参与人 1 在看到底牌为王牌时加注的概率为 1 才是最好，因为这是占优策略，所以 $p = 1$。

参与人 1 在拿到小牌时不存在占优策略，因此要具体分析。假设 $q \in (0, 1)$，根据无差异原则，在参与人 2 的跟注概率为 r 时，参与人 1 加注和不加注的选择要无差异，即满足

$$-2r + (1 - r) = -1$$

解得 $r = 2/3$，这表明 $q \in (0, 1)$ 的假设是合理的。接下来需要计算 q，同样使用无差异原则，但注意参与人 2 的期望收益取决于其对参与人 1 类型的信念，但这一信念首先需要更新。

例：扑克游戏

使用贝叶斯公式不难得到 1 选择加注时拿到的是王牌的概率为

$$\begin{aligned} & p(\text{王牌} \mid 1\ \text{加注}) \\ = & \frac{p(\text{王牌})p(1\ \text{加注} \mid \text{王牌})}{p(\text{王牌})p(1\ \text{加注} \mid \text{王牌}) + p(\text{小牌})p(1\ \text{加注} \mid \text{小牌})} \\ = & \frac{1}{1+q} \end{aligned}$$

在参与人 1 选择加注的情况下，要求参与人 2 的两个选择无差异，故

$$-1 = \frac{1}{1+q} \cdot (-2) + \frac{q}{1+q} \cdot 2,$$

解得 $q = 1/3$。

例：扑克游戏

由此解得一组完美贝叶斯均衡：

1. 参与人 1 在拿到王牌和小牌时选择加注的概率分别为 $1, 1/3$;
2. 参与人 2 发现参与人 1 加注时选择跟注的概率为 $2/3$（参与人 1 放弃时参与人 2 没有行动机会）;
3. 参与人 2 发现对参与人 1 加注时对底牌为王牌的信念为 $3/4$，参与人 1 放弃时底牌为王牌的信念为 0。

下面还需要排除所有的纯策略均衡。例如一个比较自然的想法是参与人 1 拿到王牌就加注，拿到小牌就放弃。于是参与人 2 发现加注后的信念为参与人 1 一定是王牌，因此选择放弃。这一组合并非均衡，因为参与人 1 拿到小牌时 如果偏离均衡选择加注，将会得到更高的收益。其它的纯策略均衡也可以通过类似的方法排除。

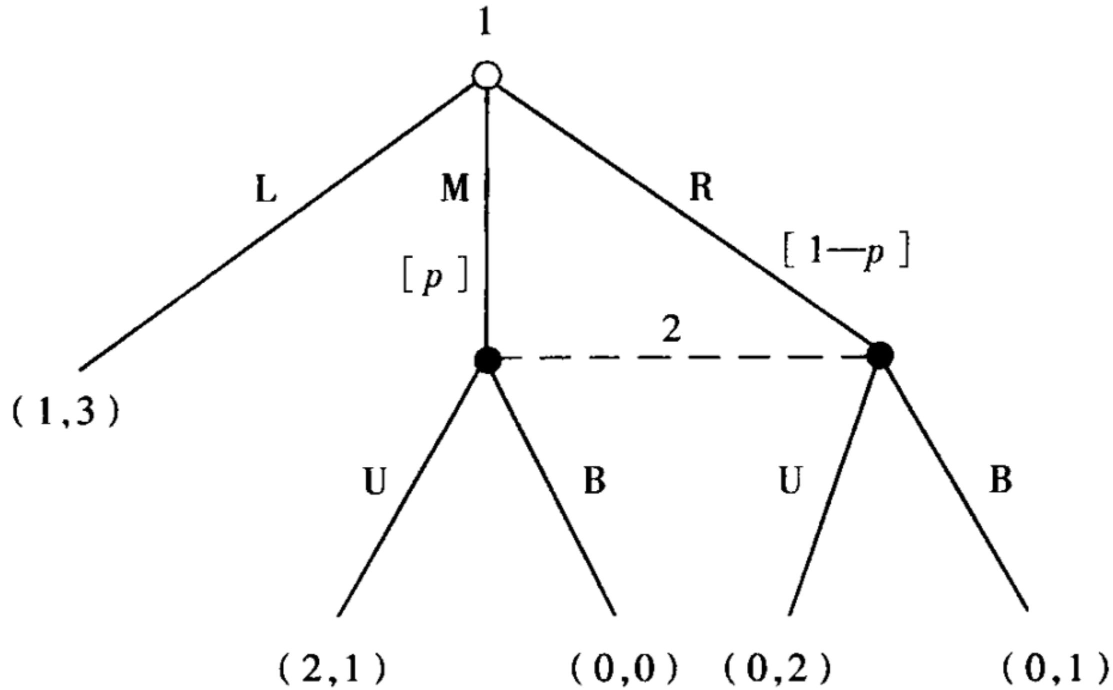
例：扑克游戏

这一博弈结果能从另一个角度带给我们启示：

- 当博弈均衡为 $p = 1, q = 1/3, r = 2/3$ 时，参与人 2 如果发现参与人 1 选择放弃，那么他就知道底牌是小牌，如果发现参与人 1 加注，参与人 2 无法准确地判断底牌是王牌还是小牌；
  - 这就是参与人 1 策略的智慧之处：
  - 如果参与人 1 非常诚实，只在拿到王牌时加注，那么参与人 2 会发现这一点，从而在参与人 1 加注时选择放弃，这样参与人 1 的收益不是最优；
  - 但通过一些欺骗行为（在小牌时仍然选择加注），参与人 1 可以在底牌为小牌时也可能获得收益，在底牌为大牌时欺骗对方跟注，从而获得更大的收益。

这一角度与下一讲贝叶斯劝说的思想相关但又不完全相同，此处先留下一个悬念。

不完美信息博弈的完美贝叶斯均衡



- 不难看出这一博弈有两个纯策略纳什均衡：(L, B) 和 (M, U)；
- 这一博弈只有一个子博弈，因此子博弈完美无法精炼均衡；
- 使用完美贝叶斯均衡剔除 (L, B)：当博弈进入参与人 2 的信息集时，参与人 2 有参与人 1 选择了 M 和 R 的信念，如图所示。给定这一信念，参与人 2 选择 U 时效用为 $2 - p$，选择 B 时效用为 $1 - p$，因此无论 p 取何值都不可能选择 B。

CONTENT

目录

攻击防御博弈：基本模型

此前提到的信号博弈是广义的信号博弈，从本节起我们将讨论狭义的信号博弈。我们从一个简单的攻击防御博弈出发讨论狭义的信号博弈的思想以及相关的概念。

考虑一个简单的博弈，有两个参与人，一个攻击者和一个防御者。攻击者只有一种类型，防御者有强（先验概率为 γ）和弱（先验概率为 $1-\gamma$）两种类型。攻击者选择攻击或不攻击：

- 如果攻击者选择不攻击，那么无论防御者类型是什么，双方效用均为 0；
- 如果攻击者选择攻击：
  - 如果防御者类型为强，则两败俱伤，双方效用均为 -10；
  - 如果防御者类型为弱，攻击者效用为 5，防御者效用为 -5。

显然如果 $\gamma > 1/3$ 时攻击者会选择不攻击，反之攻击者会选择攻击。

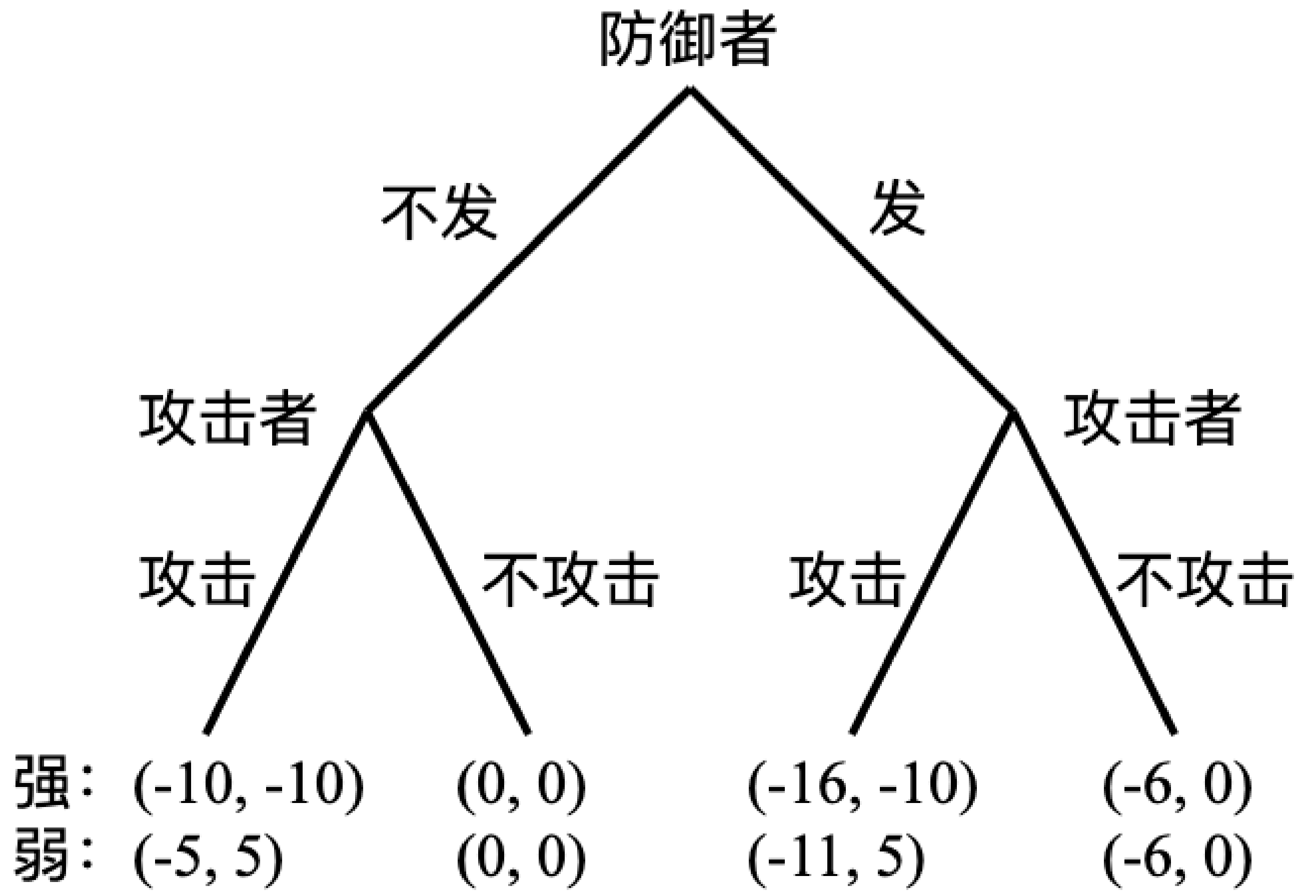
信号博弈的思想

强类型的防御者并不满意这一结果：他希望通过一些方式来表明自己的强势，从而使得攻击者不攻击，避免 -10 的伤害：

- 然而强类型防御者拿着喇叭宣扬自己的强势显然只是一个噪音，攻击者不会因此而改变策略；
- 如果强类型防御者选择弱类型防御者无法承受的自我伤害，他就可以表明自己的强势，从而使得攻击者不攻击；
- 这就是（狭义的）信号博弈的思想：强势类型的参与人**通过选择有成本的行为（一相当于个凭证，或者说就是一个信号）来表明自己的类型**；
  - 现实例子：孔雀开屏，公司选择黄金地段写字楼等；
  - 此前的扑克游戏并不属于这一类型，因为参与人 1 没有会产生成本的凭证，是零成本的欺骗——这被称为**空谈博弈（cheap talk）**，下一讲的贝叶斯劝说则又是另一种类型的广义信号博弈。

攻击防御博弈的分离均衡

因此在攻击者选择行动前，防御者可以首先选择是否发送一个有成本的信号。假定发送信号的成本为 6：



问题：是否存在完美贝叶斯均衡使得强类型防御者发送信号，弱类型防御者选择不发送信号（从而区分二者）？

攻击防御博弈的分离均衡

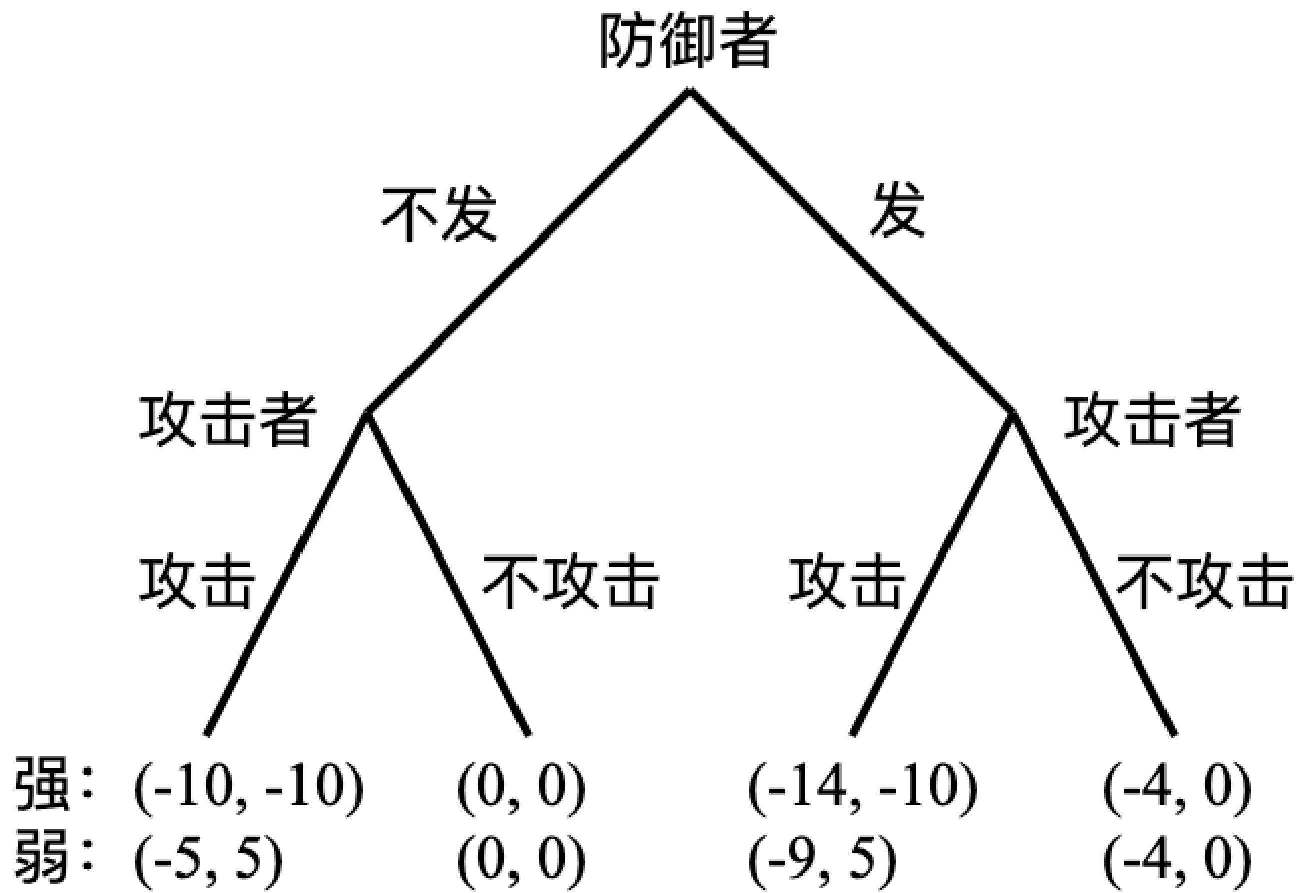
也就是说，如下组合是否能构成完美贝叶斯均衡：

- 强类型防御者发送信号，弱类型防御者不发送信号；
- 在这一策略组合下，攻击者看见发送信号时，后验信念是防御者一定是强类型，看见不发送信号时，后验信念是防御者一定是弱类型；
- 攻击者看见强类型防御者发送信号时选择不攻击，看见弱类型防御者不发送信号时选择攻击。

容易验证这一组合是完美贝叶斯均衡。这一类型的均衡被称为**分离均衡（separating equilibrium）**，因为在这一均衡下，两种类型的防御者选择了不同的策略，攻击者可以完全从防御者的行为中分辨出防御者的类型。

攻击防御博弈的混同均衡

信号成本为 6 可能有些大，如果将成本降为 4，是否还存在分离均衡？



容易验证此前的组合不再是完美贝叶斯均衡，因为弱类型防御者选择发送信号会得到更好的结果。

攻击防御博弈的混同均衡

事实上这一情况下不存在分离均衡（只需验证强类型不发，弱类型发也不是完美贝叶斯均衡即可），因此只能考虑其它类型的均衡。一个最简单的猜想是：两者如果都选择不发送信号，是否能构成完美贝叶斯均衡？

- 强、弱类型防御者均选择不发送信号；
- 在这一策略组合下，攻击者看见不发送信号时，后验信念不更新；看见发送信号时，此时后验概率无定义，可以认为是“颤抖手”，后验概率也不更新；
- 设 $\gamma = 0.25$，于是攻击者的选择一定是攻击。

不难验证这一组合是完美贝叶斯均衡，这一类型的均衡被称为**混同均衡（pooling equilibrium）**，因为在这一均衡下，两种类型的防御者选择相同策略，攻击者无法从防御者的行为中分辨出防御者的类型，没有信息更新，只能保留先验概率。此外，两者都选择发信号无法构成混同均衡。

攻击防御博弈的半分离均衡

是否存在不是分离均衡且不是混同均衡的均衡？这就要求我们考察混合策略。一个自然的猜想是，强类型的防御者一定发送信号，弱类型防御者以一定概率发送信号（从而有的时候可以欺骗进攻者）：

- 强类型防御者发送信号，弱类型防御者以概率 p 发送信号；
- 假设 $\gamma = 0.25$，攻击者看见不发送信号时一定认为是弱类型的，攻击者看见发送信号时，根据贝叶斯公式，后验信念是强类型和弱类型的概率分别为

$$p(\text{强} \mid \text{发}) = \frac{1}{1+3p}, \ p(\text{弱} \mid \text{发}) = \frac{3p}{1+3p}$$

- 因此攻击者看见不发送信号时一定选择攻击，看见发送信号时无法确定策略，设攻击者以概率 q 攻击。

攻击防御博弈的半分离均衡

根据无差异原则，弱类型发送或不发送信号的期望收益相等：

$$-5 = -9q - 4(1-q)$$

解得 $q = 1/5$。再根据无差异原则，在看见信号时攻击者攻击或不攻击的期望收益相等：

$$0 = -10 \cdot \frac{1}{1+3p} + 5 \cdot \frac{3p}{1+3p}$$

解得 $p = 2/3$。因此存在不是分离均衡也不是混同均衡的均衡，这一均衡被称为**半分离均衡（semi-separating equilibrium）**。在半分离均衡下，不同类型的参与人发送部分重合的信号，使得后验概率不是 $(0, 1)$ 的也不是保持先验分布。

垄断限价模型

在上述攻击防御博弈中，参与人的策略空间是离散的。下面来看一个策略空间连续（类型空间仍然离散）的博弈，即**米尔格罗姆-罗伯茨（Milgrom and Roberts, 1982）垄断限价模型**。

垄断限价模型试图解释现实中观测到的这样一个现象：**垄断企业规定的产品价格一般低于微观经济学定义的最优垄断价格（即边际收益等于边际成本的价格）**：

- 一个老的解释是，如果价格等于垄断价格，其他企业看到有利可图，就会进入；相反就不会进入，垄断企业就可以继续保持其垄断地位；
- 这个解释的问题是，价格作为一种承诺不可置信，因为不论垄断者现在索取什么价格，一旦其他企业进入，垄断者就会改变价格，因此，靠低价格是不可能阻止进入的；
- 米尔格罗姆和罗伯茨提出的解释是：其他企业不知道垄断者的生产成本，垄断者试图用低价格来告诉 其他企业自己是低成本，进入是无利可图的。

垄断限价模型

假定有两个阶段，两个企业：

- 在第一阶段，企业 1（在位者）是一个垄断生产者，选择价格 p_1；在第二阶段，企业 2（进入者）决定是否进入。如果企业 2 进入，市场变成双寡头竞争；否则企业 1 保持垄断地位；
- 企业 1 有两个潜在类型：高成本或低成本；高成本（H）的概率为 $\mu(\mathrm{H})$，低成本（L）的概率为 $1-\mu(\mathrm{H})$；
- 如果企业 1 选择价格 p_1，它的短期垄断利润为 $M_1^\theta(p_1)$，其中 $\theta = H, L$；
- 用 p_m^θ 表示类型 θ 的垄断价格，$M_1^\theta = M_1^\theta(p_m^\theta)$ 表示最大短期垄断利润，其中 $p_m^H > p_m^L$（边际收益等于边际成本），$M_1^H < M_1^L$。假定 $M_1^\theta(p_1)$ 是严格凹函数（从而有唯一最大值）。

垄断限价模型

- 在第一阶段，企业 1 知道自己的类型 θ，企业 2 不知道 θ；
- 简单起见，假定第二阶段企业 2 一旦进入就得知 θ（因为可以通过利润直接判断出），因此第二阶段的寡头价格独立于第一阶段的价格 p_1；
- 用 D_1^θ 和 D_2^θ 分别代表当企业 1 为类型 θ 时企业 1 和企业 2 在第二阶段的寡头利润；
- 为了使分析有意义，假定 $D_2^H > 0 > D_2^L$，即在完全信息情况下，当且仅当企业 1 是高成本时，企业 2 才会选择进入。我们用 δ 代表共同的贴现因子；
- 因为企业 1 希望保持垄断地位（$M_1^\theta > D_1^\theta$），他想让企业 2 认为自己是低成本，他没有办法直接达到这个目的，间接的办法是定一个低的价格 p_1^L。我们将看到，即使企业 1 是高成本，他也可能会选择 p_1^L。这是因为，第一阶段垄断利润的损失可能被第二阶段继续保持垄断地位的收益所弥补。

垄断限价模型的分离均衡

首先考虑分离均衡。根据分离均衡的定义有:

- 类型 L 的在位者选择 p_1^L，类型 H 的在位者选择 p_1^H；
- 进入者看到 p_1^L 时认为是类型 L，看到 p_1^H 时认为是类型 H;
- 进入者选择进入当且仅当看到 p_1^H。

接下来的任务就是限制 p_1^L 和 p_1^H 的选择，并选择合适的看到 p_1^L 和 p_1^H 之外的在位者价格时进入者的信念以保证上述策略的确是分离均衡:

- 首先在分离均衡中，因为进入者能推断出在位者的真实成本，故高成本的在位者的最优选择是 $p_1^H = p_m^H$，即短期垄断价格(选择其它价格减少第一阶段的利润，但不能阻止进入者进入)。因此，高成本的在位者的总利润是 $M_1^H + \delta D_1^H$（即第一阶段垄断利润加第二阶段寡头利润的贴现值)。
- 如果高成本的在位者也选择 p_1^L 从而阻止进入者进入，他的总利润是 $M_1^H(p_1^L) + \delta M_1^H$。

垄断限价模型的分离均衡

因此只有当下列条件满足时，高成本在位者才不会选择低成本在位者的均衡价格

$$(\mathrm{A}) \qquad M_1^H + \delta D_1^H \geqslant M_1^H\left(p_1^L\right) + \delta M_1^H$$

或者等价地，

$$(\mathrm{A}') \qquad M_1^H - M_1^H\left(p_1^L\right) \geqslant \delta\left(M_1^H - D_1^H\right)$$

就是说，高成本在位者选择 p_1^L 导致的第一阶段的利润减少额大于从第二阶段保持垄断地位得到的利润增加额的贴现值。

垄断限价模型的分离均衡

对于低成本在位者，显然如果 p_m^L 满足条件（A）时就会直接选择 p_m^L，均衡确定。下面讨论 p_m^L 不满足条件（A）的情况，即

$$\text{(C)} \quad M_1^H - M_1^H(p_m^L) < \delta\big(M_1^H - D_1^H\big)$$

如果两类企业成本相差不大，这一条件是可以满足的。此时如果 $p_1^L \neq p_m^L$ 是一个分离均衡，则还需要满足

$$\text{(B)} \quad M_1^L(p_1^L) + \delta M_1^L \geqslant M_1^L + \delta D_1^L$$

或者等价地，

$$\text{(B')} \quad M_1^L - M_1^L(p_1^L) \leqslant \delta\big(M_1^L - D_1^L\big)$$

即选择短期垄断价格 p_m^L 时第一阶段利润增加额小于选择均衡价格 p_1^L 阻止进入时的第二阶段利润增加额的贴现值。

垄断限价模型的分离均衡

为了找到满足条件（A）和（B）的 p_1^L，需要对需求和成本函数作一些特定假设。在一些合理条件下，条件（A）和（B）定义了一个区间 $[\tilde{\tilde{p}}, \tilde{p}]$，使得任何 $p_1^L \in [\tilde{\tilde{p}}, \tilde{p}]$ 构成一个分离均衡；

- 条件（C）意味着 $\tilde{p} < p_m^L$。因此，为了得到分离均衡，低成本在位者必须选择一个足够低的价格（低于短期垄断价格 p_m^L）使得高成本的在位者模仿成本太高；
- 存在区间 $[\tilde{\tilde{p}}, \tilde{p}]$ 的关键假设是所谓的**斯宾塞-莫里斯条件（Spence-Mirrlees condition，又称分离条件（sorting condition）或单交叉条件（single-crossing condition））**：

$$\text{(SM)} \qquad \frac{\partial}{\partial p_1}\left(M_1^H(p_1) - M_1^L(p_1)\right) > 0$$

或

$$\frac{\partial M_1^H(p_1)}{\partial p_1} > \frac{\partial M_1^L(p_1)}{\partial p_1}$$

垄断限价模型的分离均衡

这个条件说的是，改变价格对不同类型企业的利润的影响是不同的；特别地，高成本企业比低成本企业更愿意选择高价格（或者说，更不愿意选择低价格）：

- 容易证明，这个条件一般是满足的。比如为简单起见，假定边际成本不变，分别为 c^H 和 c^L，需求函数为 $Q(p_1)$。那么，

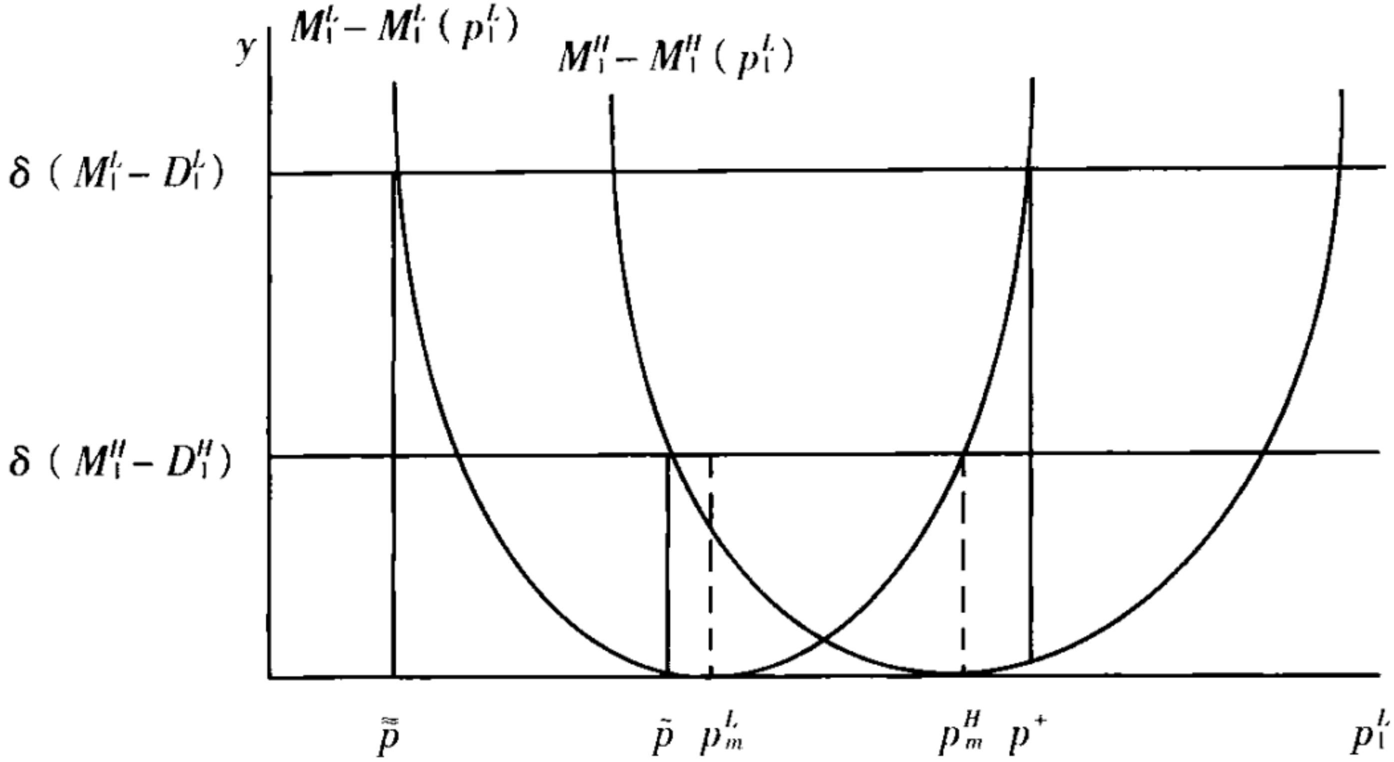
$$\frac{\partial M_1^H(p_1)}{\partial p_1} = \frac{\partial}{\partial p_1}((p_1 - c^H)Q(p_1)) = Q(p_1) + (p_1 - c^H)\frac{\partial Q(p_1)}{\partial p_1}$$

$$\frac{\partial M_1^L(p_1)}{\partial p_1} = Q(p_1) + (p_1 - c^L)\frac{\partial Q(p_1)}{\partial p_1}$$

  因为 $c^H > c^L$，$Q'(p_1) < 0$，条件（SM）满足。
- 斯宾塞-莫里斯条件是所有信号传递博弈分离均衡存在的基本条件。直观而言，正是因为不同类型参与人对信号的敏感度不同，信号才能传递信息，否则信号将不成其为信号。

垄断限价模型的分离均衡

条件（SM）保证曲线 $y = M_1^L - M_1^L(p_1)$ 和 $y = M_1^H - M_1^H(p_1)$ 在 (p_1^L, y) 空间只交叉一次，如下图所示：



图中 $\tilde{p}$ 对应等式条件（A'），$\tilde{\tilde{p}}$ 对应等式条件（B'），$\tilde{p} < p_m^L$ 对应条件（C）。因为 p_m^θ 是短期垄断价格，M_1^θ 是短期最大垄断利润，当 $p_1 = p_m^\theta$ 时，$y = M_1^\theta - M_1^\theta(p_1) = 0$；在所有 $p_1 \neq p_m^\theta$，$y = M_1^\theta - M_1^\theta(p_1) > 0$。

垄断限价模型的分离均衡

距离完整的完美贝叶斯均衡描述还相差一个进入者对 p_1^L 和 p_1^H 之外的价格的信念——这属于非均衡路径的信念，因此完美贝叶斯均衡允许任意的概率分布。一个最直接、自然的取法就是，在看到这两个价格之外的其它价格时都认为在位者是高成本，从而选择进入，从而保证在位者（无论是高成本还是低成本）不会有动机偏离均衡策略。

因此分离均衡的完整描述如下：

- 类型 L 的在位者选择 $p_1^L \in [\tilde{\tilde{p}}, \tilde{p}]$，类型 H 的在位者选择 $p_1^H = p_m^H$；
- 进入者看到 p_1^L 时认为是类型 L，看到其它价格时认都认为是类型 H；
- 进入者选择不进入当且仅当看到 p_1^L。

垄断限价模型的分离均衡

应该强调的是，这样的连续分离均衡对于任何 $\mu(\mathrm{H}) > 0$ 都是存在的；

- 对比之下，如果 $\mu(\mathrm{H}) = 0$，低成本在位者就会选择短期垄断价格 p_m^L；
- 这一点意味着，信息结构的小小变化就会导致均衡结果的很大不同：只要进入者认为在位者是高成本的先验概率 $\mu(\mathrm{H})$ 大于 0，低成本的在位者就不得不非连续地降低价格以显示自己是低成本。

总而言之，不完全信息博弈对信息结构是非常敏感的。

垄断限价模型的混同均衡

下面来看混同均衡。根据混同均衡的定义有：

- 高成本和低成本在位者均选择相同的价格 p_1；
- 进入者看到 p_1 时无法区分在位者的类型，保持先验概率；
- 进入者选择不进入当且仅当

$$\text{(PE)} \quad \mu(\mathrm{H})D_2^H + (1-\mu(\mathrm{H}))D_2^L < 0$$

显然，当（PE）不成立时不可能存在混同均衡，因为此时进入者选择进入，高成本和低成本的最优选择是各自的短期垄断价格，这是两个不同的价格，因此混同均衡不存在。

垄断限价模型的混同均衡

因此混同均衡的存在依赖于条件（PE）的成立，下面的任务就是确定 p_1。自然地，类似于分离均衡的讨论，假设当进入者看到 p_1 之外的价格时都认为在位者是高成本，从而选择进入。

于是，对于高成本在位者，p_1 是最优反应则必须满足

$$(D) \quad M_1^H - M_1^H(p_1) \leqslant \delta\big(M_1^H - D_1^H\big)$$

即放弃长期垄断，偏离到短期垄断价格并不会导致总利润的增加。对于低成本在位者，p_1 是最优反应则必须满足之前的（B'）条件（用 p_1 替代 p_1^L）。

假设条件（C）满足，仍然如之前的图所示，此时所有的 $p_1 \in [\tilde{p}, p^+]$ 都满足（B'）和（D），结合后验信念和条件（PE）不难验证的确构成混同均衡。

垄断限价模型的总结

半分离均衡的推导留给读者——可以猜想，在半分离均衡中，低成本在位者以概率 1 选择低价格 p_1^L，高成本在位者以一定概率 p 选择低价格 p_1^L，以概率 $1-p$ 选择高价格 p_1^H。进入者更新信念，在看到 p_1^H 时进入，看到 p_1^L 时以概率 q 进入。根据无差异原则以及之前讨论中的方法，可以求解 p 和 q。

总而言之，从上述讨论中我们看到，一个博弈可能有多个（甚至无穷多个）完美贝叶斯均衡，依赖于如何规定非均衡路径上的后验概率。显然，有些均衡是不合理的（下一节将精炼）：

- 在所有分离均衡中，$p_1^L=\tilde{p}, p_1^H=p_m^H$ 是帕累托最优均衡；
- 在所有混同均衡中，$p_1=p_m^L$ 帕累托优于 $p_1\in[\tilde{p},p_m^L]$，$p_1=p_m^H$ 帕累托优于 $p_1\in[p_m^H,p^+]$；
- 给定存在帕累托均衡，选择非帕累托均衡显然是不合理的；
- 混同的意义是高成本的在位者把自己混同于低成本的在位者从而阻止进入，故两种类型在位者都选择大于 p_m^H 不合理。

CONTENT

目录

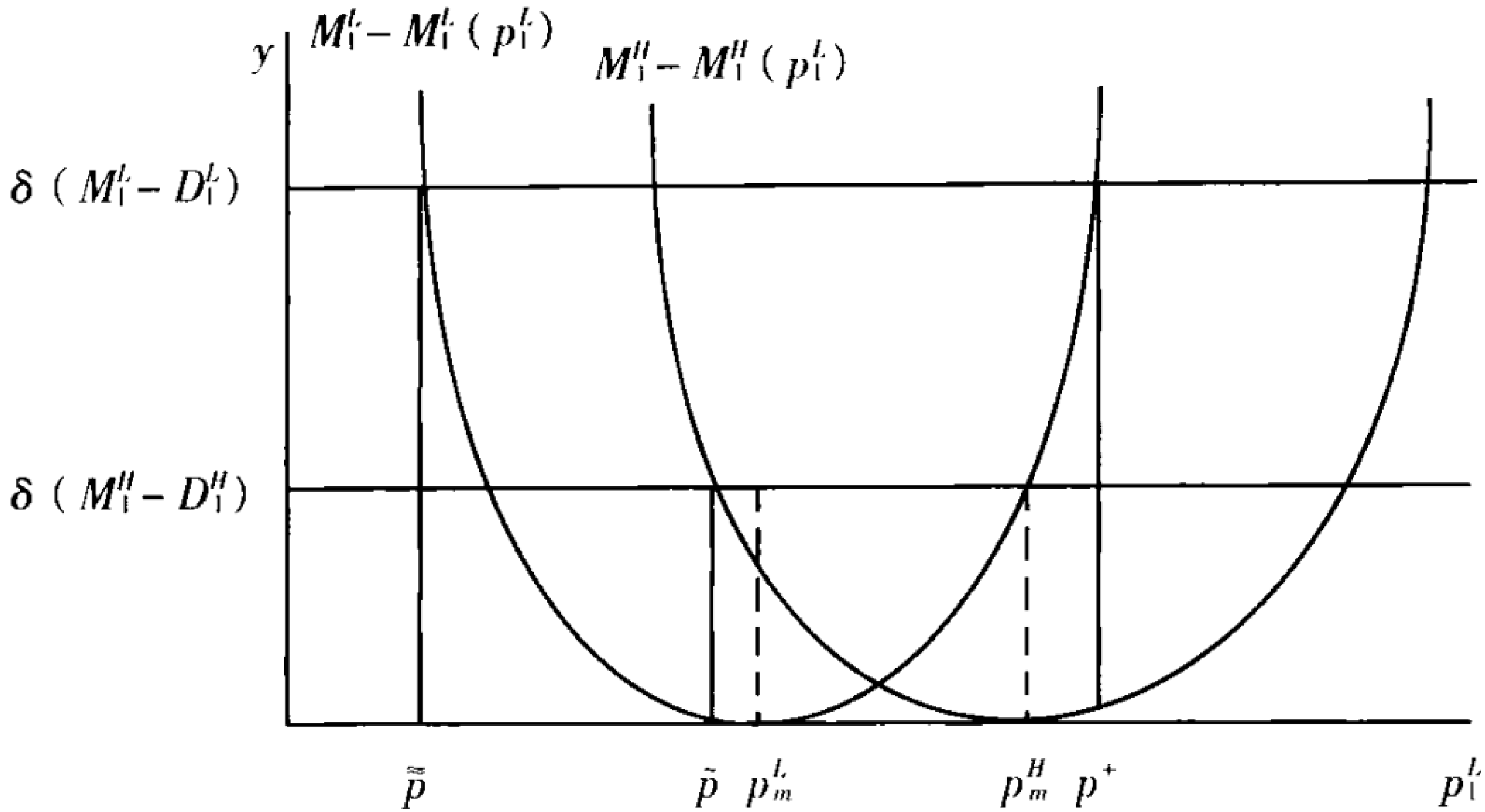
剔除劣策略

接下来两个小节的目标是通过要求非均衡路径上后验概率的合理性，剔除信号博弈中不合理的均衡。

精炼均衡的一个基本要求是，在任何一个信息集上，没有参与人选择严格劣策略。

- 将这一要求运用在信号博弈中的基本思想是，在一个博弈中，如果对于某些类型的参与人，存在某些行动或策略劣于另一些行动或策略，而对于另一些类型的参与人这一点不成立，那么当其他参与人观测到前一类行动时，他不应该以任何正的概率认为选择该行动的参与人属于前一类参与人；
- 对非均衡路径后验概率的这个简单限制可以大大减少完美贝叶斯均衡的数量。

为了说明这一点，考虑上一节讨论过的垄断限价博弈:



在分离均衡中，不论进入者如何规定非均衡路径上的后验概率，如果高成本在位者选择 p_m^H，其最低利润是 $M_1^H + \delta D_1^H$；如果他选择 $p_1 \leqslant \tilde{p}$，他能得到的最大利润是 $M_1^H(p_1) + \delta M_1^H$。

剔除劣策略

根据 $\tilde{p}$ 的定义，对于所有的 $p_1 \leqslant \tilde{p}$，

$$M_1^H(p_1) + \delta M_1^H \leqslant M_1^H + \delta D_1^H$$

因此，对于高成本在位者来说，无论进入者行动如何，$p_1 \leqslant \tilde{p}$ 都劣于 p_m^H，他不会选择 $p_1 \leqslant \tilde{p}$。

但对于低成本的在位者来说，$p_1 \leqslant \tilde{p}$ 是否劣于 p_m^L 依赖于进入者如何规定非均衡路径上的后验概率。因此，如果观测到在位者选择了 $p_1 \leqslant \tilde{p}$，进入者应该认为在位者是低成本而不可能是高成本，即 $\mu(\mathrm{H} \mid p_1 \leqslant \tilde{p}) = 0$，从而选择不进入。

给定这个后验概率，低成本在位者不需要为了阻止进入而选择 $p_1 < \tilde{p}$。因此，唯一的合理的完美贝叶斯分离均衡是：低成本在位者选择 $p_1 = \tilde{p}$，高成本在位者选择 $p_1 = p_m^H$；如果进入者观测到 $p_1 > \tilde{p}$，就认为 $\mu(\mathrm{H} \mid p_1 > p) = 1$，选择进入，否则，$\mu(\mathrm{H} \mid p_1 \leqslant p) = 0$，选择不进入。

在这个均衡中，低成本在位者为了显示自己是低成本而限价，但他选择的价格是能够阻止进入者进入的最大可能的价格（即最低成本分离均衡价格）。

现在以信号传递博弈为例给出剔除劣策略方法的正式定义：

定义

令 ${a_1}'$ 和 ${a_1}''$ 是参与人 1（信号发送者）的两个行动（信号），${a_1}', {a_1}'' \in A_1$。对于参与人 2（信号接收者）的所有行动 ${a_2}', {a_2}'' \in A_2$，如果下列条件成立，我们说对于类型 $\theta_1 \in \Theta_1$ 的参与人 1，${a_1}'$ 弱劣于 ${a_1}''$：

$$u_1({a_1}', {a_2}', \theta_1) \leqslant u_1({a_1}'', {a_2}'', \theta_1)$$

至少有一个严格不等式对于某些 $({a_2}', {a_2}'')$ 成立。

剔除劣策略

注意，上述定义不同于囚徒困境中的占优。此前占优的定义是：${a_1}'$ 劣于 ${a_1}''$，如果对于所有的 $a_2 \in A_2$，

$$u_1({a_1}', a_2) \leqslant u_1({a_1}'', a_2)$$

这里的定义是：不论 ${a_1}'$ 与什么样的 ${a_2}'$ 组合、${a_1}''$ 与什么样的 ${a_2}''$ 组合（不要求 ${a_2}' = {a_2}''$），参与人 1 从选择 ${a_1}'$ 得到的效用总是小于从选择 ${a_1}''$ 得到的效用。并且注意此处的定义是针对某一类型的参与人 1，而非所有类型的参与人 1。

- 显然，这里的要求更为严格：这里要求选择 ${a_1}'$ 的最好情况也要劣于选择 ${a_1}''$ 的最差情况，因为此时需要考虑行动的改变带来的信念改变（囚徒困境不存在信念问题）；
- 例如垄断限价模型中，$p_1 \leqslant \tilde{p}$ 时，即使进入者选择不进入，高成本在位者的最低利润也小于选择 $p_1 = p_m^H$ 时进入者进入的利润，因此 $p_1 \leqslant \tilde{p}$ 劣于 p_m^H。

回到一般情况。假定 $a_1{}'$ 不是均衡策略。尽管贝叶斯法则允许后验概率 $\mu(\theta_1 \mid a_1{}') \in [0,1]$ 取任何值，但如果 $a_1{}'$ 是 θ_1 的劣策略，参与人 2 不应该认为有任何正的概率参与人 1 属于类型 θ_1。

定义 $\tilde{\Theta}_1 \subset \Theta_1$ 是类型集合 Θ_1 的一个子集，满足：对所有的 $\theta_1 \in \tilde{\Theta}_1, a_1{}'$ 是 θ_1 的劣策略（即 $\tilde{\Theta}_1$ 是 $a_1{}'$ 为劣策略的所有类型的参与人 1 的集合）。如果 $\tilde{\Theta}_1 \neq \Theta_1$，那么，对后验概率的一个合理的限制是：

$$\sum_{\theta_1 \in \tilde{\Theta}_1} \tilde{\mu}(\theta_1 \mid a_1{}') = 0$$

即给定参与人 1 选择了 $a_1{}'$，参与人 2 认为参与人 1 属于类型 θ_1 的概率是 0。注意，如果 $\tilde{\Theta}_1 = \Theta_1$（即 $a_1{}'$ 是所有类型的参与人 1 的劣策略），上述限制不成立。这是因为，如果 $\tilde{\Theta}_1 = \Theta_1$，参与人 2 必须至少使一个类型的后验概率不为 0，并且后验概率之和等于 1。

剔除劣策略

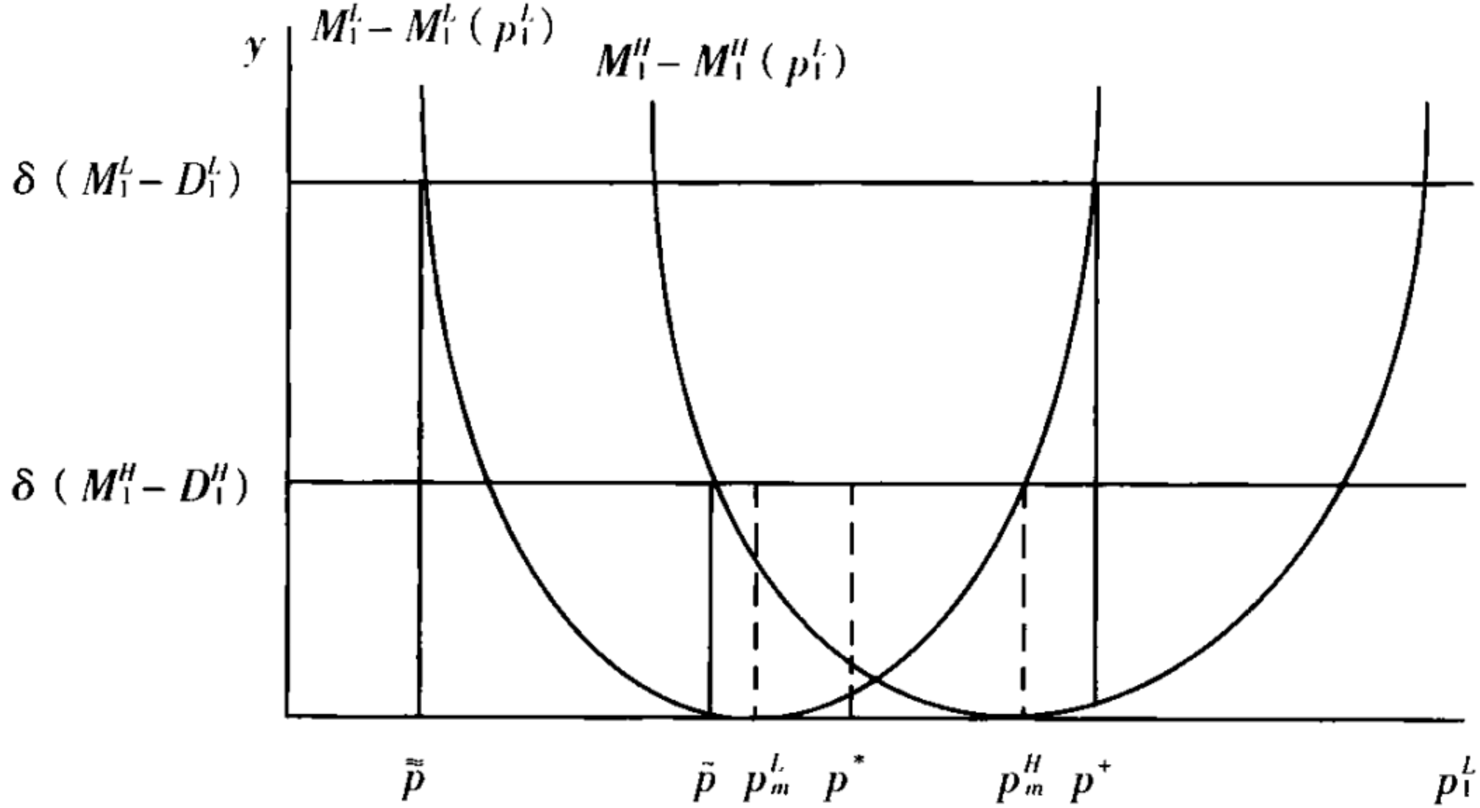
在垄断限价博弈中，对于所有的 $a_1{}' = p_1 \leqslant \tilde{p}$，$\tilde{\Theta}_1 = \{\mathrm{H}\}$，因此 $\tilde{\mu}(H \mid p_1) = 0$。因此，给定这个后验概率，低成本在位者不需要为了阻止进入而选择 $p_1 < \tilde{p}$，剔除劣策略后留下的唯一分离均衡是最低成本分离集合，即低成本在位者在所有满足分离条件的价格集合中选择了最高分离均衡价格 p。

但是，上述剔除劣策略的方法并不能帮助我们缩小垄断限价博弈的混同均衡的数量。这是因为，在混同均衡中，高成本在位者没有劣策略：回忆 $p_1 \in [\tilde{p}, p^+]$，在分离均衡中剔除的劣策略不在这一范围内。为了剔除不合理的混同均衡，我们必须对非均衡路径的后验概率作更严格的限制。

直观标准

克瑞普斯（Kreps，1984）和克瑞普斯一曹（Cho and Kreps，1987）的**直观标准（intuitive criterion）**将劣策略扩展到相对于均衡策略的劣策略，从而通过剔除更多劣策略的办法缩小均衡数量，进一步改进了完美贝叶斯均衡概念。

再一次考虑垄断限价模型的例子：



直观标准

考虑 p^* 和 p_m^L。首先这两个策略都是潜在混同均衡策略，且根据上一部分的劣策略定义，没有任何一个劣于另一个。假定现在 p^* 是混同均衡，我们的问题是：高（低）成本在位者是否会**偏离**（注意不再是被占优）p^* 选择 p_m^L?

- 如果进入者认为 $\mu(\mathrm{H} \mid p_m^L) = 1$，高成本在位者不会偏离 p^* 选择 p_m^L;
- 即使进入者认为 $\mu(\mathrm{H} \mid p_m^L) = 0$，从而选择不进入，高成本在位者也没有积极性偏离 p^* 选择 p_m^L;
  - 这是因为，偏离 p^* 选择 p_m^L 减少第一阶段的利润，但不增加第二阶段的利润（因为不影响进入者的决策）。

因此，不论在什么情况下，如果 p^* 是假定的混同均衡，高成本在位者不会选择 p_m^L。但这一结论对低成本在位者不成立，因为如果进入者认为 $\mu(\mathrm{H} \mid p_m^L) = 0$，从而选择不进入，低成本在位者将选择 p_m^L 而不是 p^*（增加第一阶段的利润但不减少第二阶段的利润）。

直观标准

因此，如果 p_m^L 出现，进入者的合理的后验概率应该是 $\mu(\mathrm{H} \mid p_m^L) = 0$，而不是 $\mu(\mathrm{H} \mid p_m^L) = 1$。但此时，低成本的在位者会偏离 p^* 选择 p_m^L，因此，p^* 不可能是一个合理的混同均衡，应该被剔除。类似地，所有 $p_1 > p_m^L$ 都应该从合理均衡中剔除。

这样，我们可以说，p_m^L 是高成本在位者相对于均衡 p^* 的劣策略。一般地，我们有下述定义：

定义

假定 $(a_1^*, a_1^*; \tilde{\mu})$ 是一个完美贝叶斯均衡。令 $u_1^*(\theta_1)$ 是类型为 θ_1 的参与人 1 的均衡效用水平。那么，$a_1{}'$ 是参与人 1 相对于均衡 $(a_1^*, a_1^*; \tilde{\mu})$ 的劣策略，如果对于参与人 2 的所有的行动 $a_2 \in A_2$，下列条件成立：

$$u_1(a_1{}', a_2, \theta_1) \leqslant u_1^*(\theta_1)$$

至少有一个严格不等式对某些 $a_2 \in A_2$ 成立。

直观标准

不难看出，相比于劣策略的定义，同样针对某一类型的参与人 1，但直观标准不要求 ${a_1}'$ 的最好情况比 a_1^* 的最差情况差，只是要求 ${a_1}'$ 的最好情况比 a_1^* 对应的均衡 $u_1^*(\theta_1)$ 差。

- 这样的标准显然已经足够，因为在直观标准下，类型为 θ_1 的参与人 1 不会偏离均衡到 ${a_1}'$;
- 例如在垄断限价模型中，代入 θ_1 为高成本类型，${a_1}'$ 为 p_m^L，a_1^* 为 p^*，无论进入者选择进入或不进入，p_m^L 都劣于均衡 p^*;
- 这样，直观标准剔除了更多的不合理均衡。

进一步令 $\tilde{\Theta}_1 \subset \Theta_1$ 是所有满足上述不等式的 θ_1 的集合。如果 $\tilde{\Theta}_1 \neq \Theta_1$，那么参与人 2 在非均衡路径上的合理的后验概率是:

$$\sum_{\theta_1 \in \tilde{\Theta}_1} \tilde{\mu}(\theta_1 \mid {a_1}') = 0$$

例如垄断限价模型中，$\tilde{\Theta}_1 = \{\mathrm{H}\}$，$\tilde{\mu}(H \mid p_m^L) = 0$。基于此得到 L 类型参与人会偏离 p^* 选择 p_m^L，故 p^* 不是合理的混同均衡。

直观标准

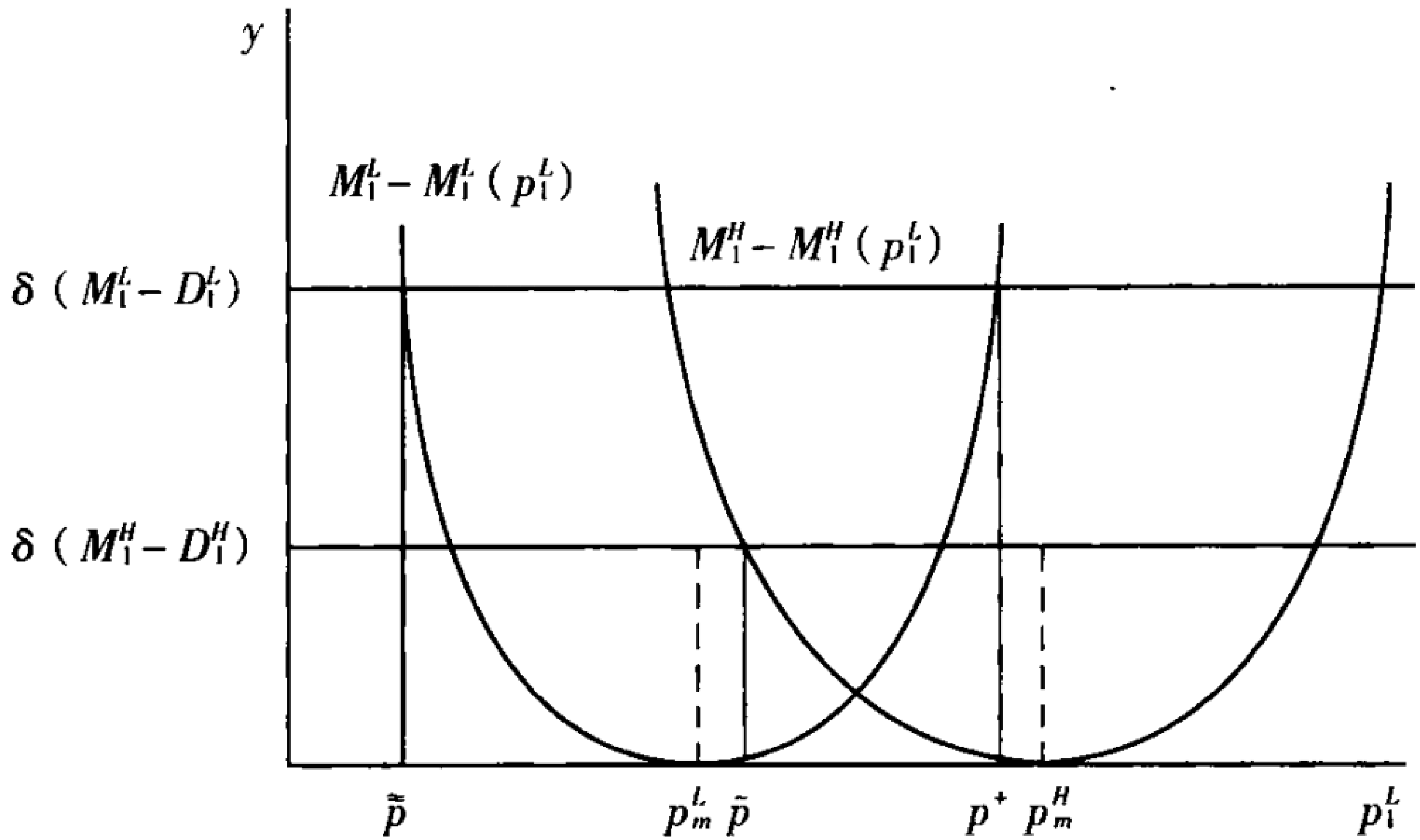
将上述直观标准应用于垄断限价模型。首先注意到**相对于任何策略的劣策略一定也是相对于均衡策略的劣策略**，故上一部分定义的劣策略自然是相对于均衡策略的劣策略（即本部分定义的劣策略），因此，根据直观标准，垄断限价博弈最多只有一个分离均衡。读者可以验证最低成本分离均衡 $p_1^L = \tilde{p}$ 确实是满足直观标准的分离均衡。

现在来看混同均衡。我们已经证明所有 $p_1 > p_m^L$ 的均衡都不满足直观标准，因此应该剔除。但是，直观标准不能应用于 $p_1 \in [\tilde{p}, p_m^L]$ 的混同均衡。因为对任意均衡 $p^* \in [\tilde{p}, p_m^L]$，$[\tilde{p}, p^*)$ 对两类在位者都是相对于均衡的劣策略，因此无法区分二者；而 $(p^*, p_m^L]$ 对两类在位者都不是相对于均衡的劣策略，因此也无法区分。故所有 $p^* \in [p, p_m^L]$ 的混同均衡都满足直观标准；

- 然而帕累托标准可以剔除所有 $p^* < p_L^*$ 的混同均衡，因为两种类型的在位者都更接近短期垄断价格，进入者 2 不受影响。

直观标准

上述例子表明，尽管直观标准可以选出唯一的分离均衡，但仍留给我们多重混同均衡。不过在有些博弈中，直观标准可能剔除掉所有混同均衡：



直观标准

- 上图与之前的区别是这里假定 $M_1^H - M_1^H(p_m^L) > \delta\big(M_1^H - D_1^H\big)$，即 $p_1 = p_m^L$ 不可能作为一个混同均衡出现，但 $p_1 = p_m^L$ 是一个分离均衡；
- 容易看出，所有 $p_1 \in [\tilde{\tilde{p}}, \tilde{p}]$ 都是分离均衡，所有 $p_1 \in [\tilde{p}, p^+]$ 都是混同均衡；
- $p_1^L = p_m^L$ 是满足直观标准的唯一分离均衡，但不存在满足直观标准的混同均衡；
  - 这是因为，使用与之前相同的分析，p_m^L 是高成本在位者相对于任意均衡 $p^* \in [\tilde{p}, p^+]$ 的劣策略，根据直观标准，进入者应该认为 $\mu(\mathrm{H} \mid p_m^L) = 0$，但此时低成本在位者的最优选择是 $p_1^L = p_m^L$，而高成本在位者不会选择 p_m^L，因此任意 $p^* \in [\tilde{p}, p^+]$ 不构成混同均衡。

综上所述，这个博弈的唯一合理的（即满足直观标准的）均衡是 $p_1^L = p_m^L$ 下的分离均衡。

直观标准

练习：攻击防御博弈是否存在违反劣策略或直观标准的均衡?

答案：没有，读者根据定义自行验证即可。

序贯均衡

从博弈论发展史的角度看，完美贝叶斯均衡的概念可以说是一系列不同名称的均衡概念的一个收敛极限。特别地，泽尔腾（Selten，1975）在改进不完美博弈的子博弈完美纳什均衡概念时定义的**颤抖手完美均衡（trembling-hand perfect equilibrium）**概念可以说是完美贝叶斯均衡概念的最早版本；克瑞普斯和威尔逊（Kreps and Wilson，1982）的**序贯均衡（sequential equilibrium）**概念与泽尔腾的颤抖手均衡概念类似，但它着重强调了非均衡路径上后验概率的形成，从而使均衡概念更具应用性。在本部分和下一部分，我们简要地讨论序贯均衡和颤抖手均衡的概念。我们将看到，颤抖手均衡是比序贯均衡更为精炼的概念，而后者又比完美贝叶斯均衡**更为精炼（more refined）**。

序贯均衡

正如我们已经看到的，不完全信息博弈均衡最为重要的是非均衡路径上的后验概率。克瑞普斯和威尔逊处理非均衡路径上后验概率的办法是：

- 首先假定在每一个信息集上，参与人选择**严格混合策略（strictly mixed strategy，即以严格正的概率选择每一个行动）**，从而博弈到达每一个信息集的概率严格为正，贝叶斯法则在每一个信息集上都有定义；
- 然后将均衡作为严格混合策略组合和与此相联系的后验概率的序列的极限。

这样，检查一个策略组合和后验概率是否是一个均衡就变成一个纯技术性问题：它是否是某个严格混合策略组合和与此相联系的后验概率的序列的极限。

序贯均衡

克瑞普斯和威尔逊使用博弈的扩展式表述定义序贯均衡的概念，故首先统一有关博弈树的一些符号：

- 用 X 表示节点的集合，$x \in X$ 表示一个特定的节点；
- $h(x)$ 表示包含节点 x 的信息集；
- $i(x)$ 或 $i(h)$ 表示在节点 x 或信息集 h 上行动的参与人 i；
- $\sigma_i^*(\cdot \mid x)$ 或 $\sigma_i^*(\cdot \mid h(x))$ 表示参与人 i 在 x 上的混合策略（即行为策略），Σ 表示所有策略组合 $\sigma = (\sigma_1, ..., \sigma_n)$ 的集合；
- 给定 σ，$P^\sigma(x)$ 和 $P^\sigma(h)$ 分别表示博弈进入节点 x 和信息集 h 的概率，$\mu(x)$ 或 $\mu(h(x))$ 表示给定博弈到信息集 $h(x)$ 的情况下参与人 $i(h)$ 在 $h(x)$ 上的概率分布，μ 表示所有 $\mu(h(x))$ 的集合（即信念系统）；
- $U_{i(h)}(\cdot \mid h, \mu(h))$ 表示参与人 $i(h)$ 在 $h(x)$ 上的期望效用；
- Σ^0 表示所有严格混合策略组合的集合，故如果 $\sigma \in \Sigma^0$，则对于所有节点 x 都有 $P^\sigma(x) > 0$，故贝叶斯法则在所有信息集上都有定义：$\mu(x) = P^\sigma(x)/P^\sigma(h(x))$。

序贯均衡

克瑞普斯和威尔逊称 (σ, μ) 为一个**状态（assessment）**，它由所有参与人的战略组合和所有信息集上的概率分布组成。令 Ψ 为所有 σ 为严格混合策略的 (σ, μ) 的集合。序贯均衡定义如下：

定义

(σ, μ) 是一个序贯均衡，如果它满足下列两个条件：

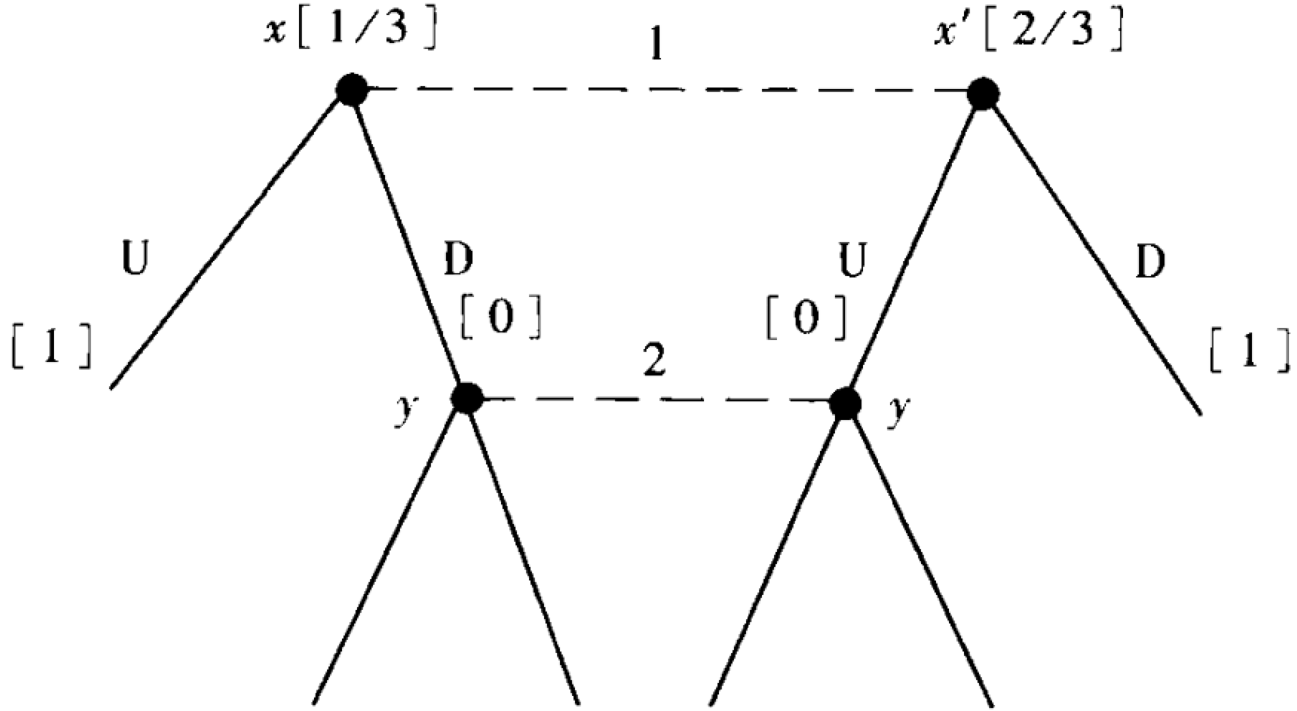
- （S）(σ, μ) 是**序贯理性的（sequentially rational）**：对于所有的信息集 h，给定后验概率 $\mu(h)$，没有任何参与人 i 想偏离 $\sigma_{i(h)}$；即：对于所有的可行策略 $\sigma'_{i(h)}$，
$$U_{i(h)}(\sigma \mid h, \mu(h)) \geqslant U_{i(h)}\left(\left(\sigma'_{i(h)}, \sigma_{-i(h)}\right) \mid h, \mu(h)\right)$$
- （C）(σ, μ) 是**一致的（consistent）**：存在一个严格混合策略组合序列 $\{\sigma^m\}$ 和贝叶斯法则决定的概率序列 $\{\mu^m\}$，使得 (σ, μ) 是 (σ^m, μ^m) 的极限；即：
$$(\sigma, \mu) = \lim_{m \to \infty} (\sigma^m, \mu^m)$$

注意，均衡策略组合 σ 不一定是严格混合策略，甚至可能是纯策略，但 (σ, μ) 是严格混合策略组合和相联系的概率的极限。将上述定义与完美贝叶斯均衡定义相比较，条件（S）是最优反应的扩展，条件（C）是贝叶斯法则的扩展。对多阶段博弈而言，条件（S）等价于最优反应，条件（C）意味着贝叶斯法则。

一致性要求（C）是序贯均衡概念最重要的创造。序列 (σ^m, p^m) 可以理解为均衡 (σ, μ) 的"颤抖"；颤抖使得贝叶斯法则适用于博弈的所有路径（这样解释使得序贯均衡概念与下一部分讨论的泽尔腾的颤抖手均衡概念非常接近）。

序贯均衡

为了说明这一点，考虑下图。这个图省略了博弈树中与分析不相关部分。当博弈到达参与人 1 的信息集时，参与人 1 认为 $\mu(x) = 1/3, \mu(x') = 2/3$；无论处于哪个节点，参与人 1 的最优策略是 U，因此，参与人 2 的信息集是非均衡路径。



序贯均衡

如果参与人 1 偏离均衡选择了 D，参与人 2 的后验概率应该如何呢？因为参与人 1 不能区别 x 和 x'，自然地，参与人 1 在两个节点上偏离的可能性应该是一样的，因此参与人 2 应该认为 $\mu(y) = 1/3, \mu(y') = 2/3$。

但是，任何的 $\mu(y)$ 都与贝叶斯法则相容，因为 D 是 0 概率事件。一致性条件（C）可以给出正确的结论。考虑收敛于 0 的序列 ε^m（可以解释为参与人 1 "颤抖"的概率）。给定 ε^m，

$$\mu^m(y) = \frac{\mu^m(x)\varepsilon^m}{\mu^m(x)\varepsilon^m + \mu^m(x')\varepsilon^m} = 1/3$$

这样，颤抖保证了参与人 2 的后验概率尊重了原来的信息结构。

序贯均衡

序贯均衡与完美贝叶斯均衡的主要区别在于，一致性条件比贝叶斯法则更强，满足一致性条件的均衡一定满足贝叶斯法则，但逆定理不成立。

- 这也就是说，每一个序贯均衡都是完美贝叶斯均衡，但并不是每一个完美贝叶斯均衡都是序贯均衡。
- 但是，弗登伯格和梯若尔（Fudenberg and Tirole，1991）证明，在多阶段不完全信息博弈中，如果每个参与人最多只有两个类型，或者博弈只有两个阶段，那么，一致性条件等价于贝叶斯法则，因此，完美贝叶斯均衡与序贯均衡是重合的；
- 克瑞普斯和威尔逊证明，在“几乎所有的”博弈中，序贯均衡与完美贝叶斯均衡是相同的。

这是为什么大多数学者喜欢使用完美贝叶斯均衡概念而不是序贯均衡概念的原因，给定完美贝叶斯均衡更为直观和更容易定义（检查一个给定的 (σ, μ) 是否满足一致性条件非常繁琐）。

颤抖手均衡

泽尔腾（Selten，1975）使用策略式博弈引入**颤抖手完美均衡（trembling-hand perfect equilibrium，简称颤抖手均衡）**的概念。颤抖手均衡的基本思想是，在任何一个博弈中，每一个参与人都有一定的可能性犯错误；一个策略组合，只有当它在允许所有参与人都可能犯错误时仍是每一个参与人的最优策略的组合时，才是一个均衡。

泽尔腾将非均衡事件的发生解释为“颤抖”：当一个参与人突然发现一个不该发生的事件发生时（即博弈偏离均衡路径），他把这个不该发生的事件的发生归结为某一个其他参与人的非蓄意错误。通过引入“颤抖”，博弈树上的每个节点出现的概率都为正，从而每一个节点上的最优反应都有定义，原博弈的均衡可以理解为被颤抖扰动后的博弈的均衡的极限。

颤抖手均衡

在给出颤抖手均衡的正式定义之前，让我们首先用下表的例子说明“颤抖”何以精炼（改进）均衡集。

参与人 2

参与人 1		L	R
	U	10, 0	5, 2
	D	10, 1	0, 0

显然 (D, L) 是一个纳什均衡（弱劣策略均衡）:

- 只要参与人 2 不选择 R，D 就是参与人 1 的最优选择；同样，只要参与人 1 不选择 U，L 就是参与人 2 的最优选择；
- 但是，如果参与人 2 有可能错误地选择 R，那么，不论这个错误发生的概率是多么小，参与人 1 的最优选择就是 U 而不是 D；预测到这一点，参与人 2 将选择 R；

颤抖手均衡

因此 (D, L) 不是一个颤抖手均衡。对比之下，(U, R) 是一个颤抖手均衡：

- 不论参与人 2 犯错误的概率多大，参与人 1 没有兴趣选择 D；
- 另一方面，考虑参与人 1 的颤抖：只要参与人 1 犯错误的概率小于 2/3，参与人 2 就没有兴趣选择 L；
- 如果犯错误的概率大于 2/3，这个错误显然很难再被称之为“颤抖”了。

下面给出颤抖手均衡的正式定义：

定义

在 n 人策略式博弈中，纳什均衡 $(\sigma_1, \ldots, \sigma_n)$ 是一个颤抖手均衡，如果对于每一个参与人 i，存在一个严格混合策略序列 $\{\sigma_i^m\}$，使得下列条件满足：

1. 对于每一个 i，$\lim_{m \to +\infty} \sigma_i^m = \sigma_i$；
2. 对于每一个 i 和 $m = 1, 2, \ldots$，σ_i 是对策略组合 $\sigma_{-i}^m = (\sigma_1^m, \ldots, \sigma_{i-1}^m, \sigma_{i+1}^m, \sigma_n^m)$ 的最优反应，即：对任何可选择的混合策略 $\sigma_i{}' \in \Sigma_i$，

$$u_i(\sigma_i, \sigma_{-i}^m) \geqslant u_i(\sigma_i{}', \sigma_{-i}^m)$$

颤抖手均衡

上述定义中关键的一点是 σ_i^m 必须是严格混合策略：

- 每一个参与人 i 打算选择 σ_i，并且假定其他参与人打算选择 σ_{-i}；
- 但每一个参与人 i 怀疑其他参与人可能错误地选择 σ_{-i}^m；
- 条件 1 说的是，尽管每一个参与人 i 都可能犯错误，但错误收敛于 0；
- 条件 2 说的是，每一个参与人 i 打算选择的策略 σ_i 不仅在其他参与人不犯错误时是最优的（纳什均衡），而且在其他参与人错误地选择了 σ_{-i}^m 时也是最优的。

因此对颤抖手均衡的**检验就是观察当自己选定均衡策略时，如果对手以小概率犯错误，自己的策略是否仍然是最优的**。在上述定义中，我们隐含地假定任何一个参与人犯错误的机会与其他参与人犯错误的机会无关（或者说，颤抖在参与人之间是独立发生的）。在这个假设下，根据条件 2，**任何包含弱劣策略的纳什均衡都不可能是颤抖手均衡（如之前的策略 D）**。

颤抖手均衡

但是，如上定义的颤抖手均衡并不排除在重复剔除弱策略过程中被剔除的策略。这一点可以用下表说明：

参与人 2

参与人 1

	U	D
L	0, 1	0, 1
RL'	−1, 2	1, 0
RR'	−1, 2	2, 3

表中，RL' 弱劣于 RR'；剔除 RL' 后，D 弱优于 U；因此，重复剔除弱劣策略得到的纳什均衡是 (RR', D)。

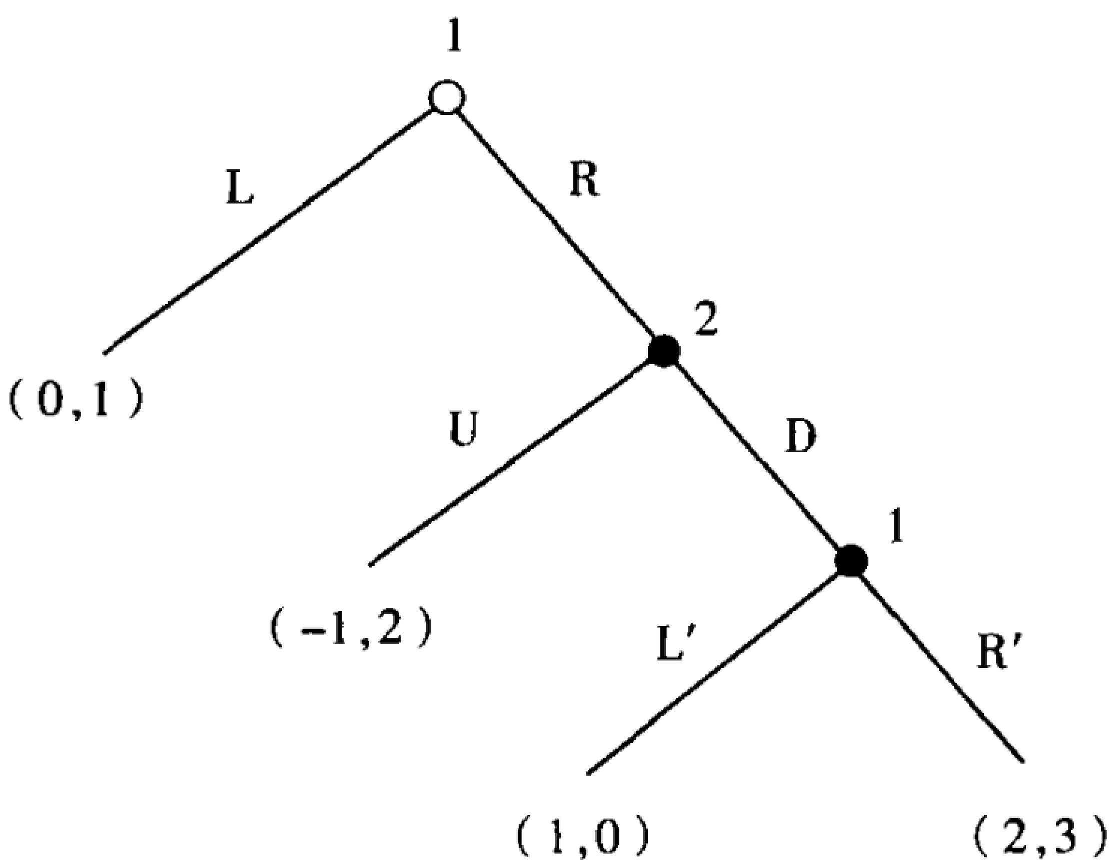
但是，被剔除掉的 (L, U) 是一个颤抖手均衡，这是因为:

- 如果参与人 2 选择 U 的概率非常大（大于 2/3），参与人 1 的最优选择是 L;
- 另一方面，如果参与人 1 以 $(1-2/m)$ 的概率选择 L，$1/m$ 的概率选择 RL' 或 RR'（$2/m$ 是参与人 1 犯错误的概率）:
  - 参与人 2 选择 U 的期望效用是 $(1)(1-2/m)+(2)(1/m)+(2)(1/m)=1+2/m$;
  - 选择 D 的期望效用是 $(1)(1-2/m)+(0)(1/m)+(3)(1/m)=1+1/m$;

所以 U 优于 D，令 m 趋于无穷，我们得到 (L, U) 是一个颤抖手均衡。

颤抖手均衡

这个例子事实上暴露出用策略式表述博弈定义颤抖手均衡的一个重要缺陷，即：策略式博弈允许同一参与人在博弈的不同阶段的错误（颤抖）具有相关性。为了说明这一点，让我们将上表的策略式博弈用下图的扩展式来表述：



颤抖手均衡

注意，这是一个完全信息和完美信息博弈。使用逆向归纳法，解得 (RR', D) 是唯一的子博弈完美纳什均衡。这也就是说，颤抖手均衡并不一定是子博弈完美均衡。

- 问题出在上表的策略式表述中，参与人 1 在两个阶段犯的错误是相关的：
  - 假定参与人 1 打算选择 L，但由于颤抖，错误地选择了 R；
  - 给定参与人 1 选择了 R，假定参与人 2 以 D 反应，那么，参与人 1 在下阶段选择 L' 就是错上加错；
- 设想不论参与人 1 在最初选择什么，如果博弈进入他的第二个信息集，他更可能选择 R' 而不是 L'（前者优于后者），因此如果参与人 1 最初选择了 R，参与人 2 应该选择 D；
- (RR', D) 只包含参与人 1 的一个错误，而 (RL', D) 包含两个错误，故有理由认为 (RL', D) 发生的概率小于 (RR', D) 发生的概率。

颤抖手均衡

但在前面证明 (L, U) 是一个颤抖手均衡时，我们假定 (RL', D) 发生的概率与 (RR', D) 发生的概率是相同的。

- 如果不是这样，比如说，假定参与人 1 在两个阶段犯错误的概率是独立的，均为 $2/m$，那么，参与人 1 选择 L 的概率是 $(1-2/m)$，选择 RL' 的概率是 $4/m^2$，选择 RR' 的概率是 $(2/m)\times(1-2/m) = 2(m-2)/m^2$。
  - 此时，参与人 2 选择 U 的期望效用是 $(1)(1-2/m) + (2)(4/m^2) + (2)(2(m-2)/m^2) = 1 + 2/m$;
  - 选择 D 的期望效用是 $(1)(1-2/m) + (0)(4/m^2) + (3)(2(m-2)/m^2) = 1 + 4/m - 12/m^2$;
  - 显然，只要参与人 1 在每个阶段犯错误的概率小于 1/3（即 m 大于 6），参与人 2 的最优选择就是 D（而非 U），(L, U) 不可能是颤抖手均衡。

容易证明，在独立性错误假设下，(RR', D) 是唯一的颤抖手均衡（从而颤抖手均衡是子博弈完美均衡）。

代理人一策略式表述

为了排除参与人犯错误的动态相关性，泽尔腾（Selten，1975）引入了“代理人一策略式表述”以修正颤抖手均衡的概念。

- 即图中参与人 1 的两次选择被当作两个不同参与人的选择，这两个不同参与人颤抖的概率是独立的；
- 更准确地，代理人一策略式表述等价于一个原扩展式表述博弈的重新构造，其中参与人不仅以名称 (i) 和类型 (θ_i) 相区别，而且以在博弈树中的位置相区别；
- 故原来的参与人类似一个委托人，他在不同的信息集上雇用了不同的代理人，授权后者决策；同一委托人的所有代理人的支付函数与委托人相同，因此完全按委托人的利益决策；
- 每个代理人都是独立地行动的，他们犯错误的可能性也是独立的。在前例中，如果参与人 1 的第一个代理人想选择 L，两个代理人选择 RL' 的可能性远远小于选择 RR' 的可能性，因为 RL' 的出现要求两个代理人都犯错误，而 RR' 只涉及第一个代理人的错误。

代理人—策略式表述

下表是图中扩展式表述博弈的代理人——策略式表述：

(a)

参与人 1 \ 参与人 2	U	D
L'	$-1, 2$	$1, 0$
R'	$-1, 2$	$2, 3$

(b)

参与人 1 \ 参与人 2	U	D
L'	$0, 1$	$0, 1$
R'	$0, 1$	$0, 1$

这里，参与人 1 的第一个代理人的任务是选择矩阵 (a) 或 (b)，第二个代理人的任务是选择行动 L' 或 R'。

颤抖手均衡和序贯均衡的关系

首先证明颤抖手均衡一定是序贯均衡，也就是要从一个颤抖手均衡出发可以构造一个序贯均衡。基本思路是：

- 颤抖手均衡中策略组合 σ 是严格混合策略组合 σ^m 的极限，直接符合序贯均衡定义；
- 为了获得序贯均衡，必须构造一个后验概率系统 μ 使得 (σ, μ) 是一致的，并且对于给定的 μ，σ 是序贯理性的：
  - 因为 σ^m 是严格混合策略组合，对应的后验概率 μ^m 在每一个信息集上都是由贝叶斯法则唯一决定的；
  - 令 μ 是 μ^m 的极限，则根据构造，(σ, μ) 满足一致性条件；又因为对于每一个参与人 i，σ_i 是对 σ_i^m 的优反应，并且支付函数是连续的，因此 (σ, μ) 是序贯理性的。

颤抖手均衡和序贯均衡的关系

但是，一个序贯均衡不一定是一个颤抖手均衡。如下表，纳什均衡 (D, R) 是一个序贯均衡，但不是一个颤抖手均衡。

- 读者可以根据定义自行验证，从中可以体会序贯均衡和颤抖手均衡的区别；
- 然而，这个博弈是非常特殊的，因为它依赖于参与人在均衡策略与非均衡策略之间是无差异的，如果这个无差异不存在，序贯均衡集合与颤抖手均衡集合就是相同的；
- 克瑞普斯和威尔逊（Kreps and Wilson，1982）证明，在几乎所有的博弈中，序贯均衡概念和颤抖手均衡概念是相同的。

参与人 2

		L	R
参与人 1	U	1, 1	0, 0
	D	0, 0	0, 0

一些评注

本节我们一直没有给出均衡的存在性定理。因为颤抖手均衡一定是序贯均衡，序贯均衡一定是完美贝叶斯均衡，如果一个博弈存在着颤抖手均衡，也一定存在着序贯均衡和完美贝叶斯均衡。泽尔腾（Selten，1975）证明，在所有的有限博弈中，至少存在一个颤抖手均衡。证明这个定理实际上是证明每一个被颤抖搅动的"代理人一策略式表述博弈"至少存在一个纳什均衡，当颤抖趋于 0 时，纳什均衡的极限就是颤抖手均衡。

除序贯均衡和颤抖手均衡外，还有一个值得一提的均衡概念是迈尔森（Myerson，1978）的**适度均衡（proper equilibrium）**。简单地说，适度均衡概念是在颤抖手均衡概念上再加上如下要求：如果一个策略比另一个策略代表更大的错误（即对给定参与人更大的损害），那么，参与人选择前一个策略的可能性就应该小于选择后一个策略的可能性（即犯大错误的可能性较小）。

CONTENT

目录

柠檬市场

阿克洛夫（Akerlof，1970）的**旧车市场（lemon market，或称柠檬市场，或次品市场，lemmon 在英语中有次品的意思）**开创了逆向选择理论的先河：

- 在旧车市场上，**逆向选择（reverse selection）**问题来自买者和卖者有关车的质量信息的不对称：卖者知道车的真实质量，买者不知道；
- 买者只知道车的平均质量，因而只愿意根据平均质量支付；
- 但这样一来，质量高于平均水平的卖者就会退出交易，只有质量低的卖者进入市场。

结果是，市场上出售的旧车的质量下降，买者愿意支付的价格进一步下降，更多的较高质量的车退出市场，如此等等。在均衡的情况下，只有低质量的车成交，在极端情况下，市场可能根本不存在。

阿克洛夫的旧车市场模型可以简单概括如下：

- 有多个潜在的卖者和多个潜在的买者，卖者知道自己出售的车的质量 θ，买者不知道 θ，但知道 θ 的分布函数 $F(\theta)$；
- 买者出价 P, 卖者决定接受或不接受；
  - 如果接受，买者的效用为 $\pi_B = V(\theta) - P$，卖者的效用为 $\pi_s = P - U(\theta)$；这里 $V(\theta)$ 为买者的评价，$U(\theta)$ 为卖者的评价，$\partial V/\partial\theta > 0, \partial U/\partial\theta > 0$，并且假定 $V(\theta) \geqslant U(\theta)$（否则交易没有意义）；
  - 如果不接受，双方的效用均为零；
  - 此外，我们还假定买者和卖者都是风险中性的。

只有两类卖主

首先考虑最简单的情况。假定卖者出售的车有两种可能的类型：$\theta = 6000$（高质量）或 $\theta = 2000$（低质量），每一种的概率分别为 1/2；买卖双方有相同的偏好且对车的评价等于车的质量：$V(\theta) = U(\theta) = \theta$。那么，如果没有交易发生，支付为效用向量 $(0, 0)$；如果在价格 P 下成交，买者的效用为 $\pi_B = \theta - P$，卖者的效用为 $\pi_s = P - \theta$。

显然，如果买者知道车的质量，均衡价格为 $P = 6000$（高质量），或 $P = 2000$（低质量）。当买者不能知道车的质量时，如果两类车都进入市场，车的平均质量为 $\mathbb{E}\theta = 4000$，买者愿意出的最高价格为 $P = 4000$；但在此价格下，高质量车的卖者将退出市场（因为 $\pi_s = 4000 - 6000 < 0$），只有低质量车的卖者愿意出售（因为 $\pi_s = 4000 - 2000 > 0$）。买者知道，愿意出售的卖者一定是低质量的卖者，因此，$P = 4000$ 不可能是均衡价格。唯一的均衡是 $P = 2000$，只有低质量的车成交，高质量的车退出市场。

只有两类卖主

有没有可能高质量的车主在等待低质量的卖完后再进入市场以 $P = 6000$ 成交，因为此时每一个人都知道没有卖出去的都是高质量的车？答案是否定的，因为如果预期到这种情况会发生，低质量车的卖者就会等待价格上升后再出手，我们又回到了原来的状态。

这个例子尽管简单，但给出了逆向选择的基本含义：坏车将好车驱逐出市场。这与货币史上"劣币驱逐良币"的故事是同一个道理。现实中这样的例子比比皆是，比如说，如果小流氓都留光头，一个正派的人就不会留光头，即使他本来也喜欢光头（或许因为光头洗起来方便），这里，小流氓把正派人驱逐出光头队伍。在学术市场上，如果一个杂志老是发表低质量的文章，真正有水平的学者就不会向这个杂志投稿，这里，低质量的文章把高质量的文章驱逐出这本杂志。

卖主类型连续分布

在上例中，车的质量只有两种类型。现在我们考虑车的质量 θ连续分布的情况。假定 θ在 $[2000, 6000]$ 区间上均匀分布，密度函数为 $f(\theta) = 1/(6000 - 2000) = 1/4000$，偏好函数与上例相同。

那么，如果所有的车都在市场上，买者预期的质量为 $\mathbb{E}\theta = 4000$，愿意支付的价格也是 4000。但此时，只有 $\theta \leqslant 4000$ 的卖者才愿意出售，所有 $\theta > 4000$ 的卖者都将退出市场。结果，市场上车的平均质量由 4000 降到 3000，买者愿意付的价格也由 4000 降到 3000。但在价格为 3000 时，只有 $\theta \leqslant 3000$ 的卖者愿意出售，所有 $\theta > 3000$ 的卖者都退出市场，留在市场上的车的平均质量进一步下降到 2500，如此等等。我们有:

$$
\begin{gathered}
\mathbb{E}\theta = 4000 \Rightarrow P = 4000 \Rightarrow \mathbb{E}\theta = 3000 \Rightarrow P = 3000 \\
\Rightarrow \mathbb{E}\theta = 2500 \Rightarrow P = 2500 \Rightarrow \mathbb{E}\theta = 2250 \Rightarrow P = 2250 \\
\Rightarrow \ldots \Rightarrow P = 2000
\end{gathered}
$$

故唯一的均衡价格是 $P = 2000$，此时只有最低质量的车成交，所有 $\theta > 2000$ 的车都退出市场。进一步，因为 θ 是连续分布的， $\theta = 2000$ 的概率为零，整个市场消失了。

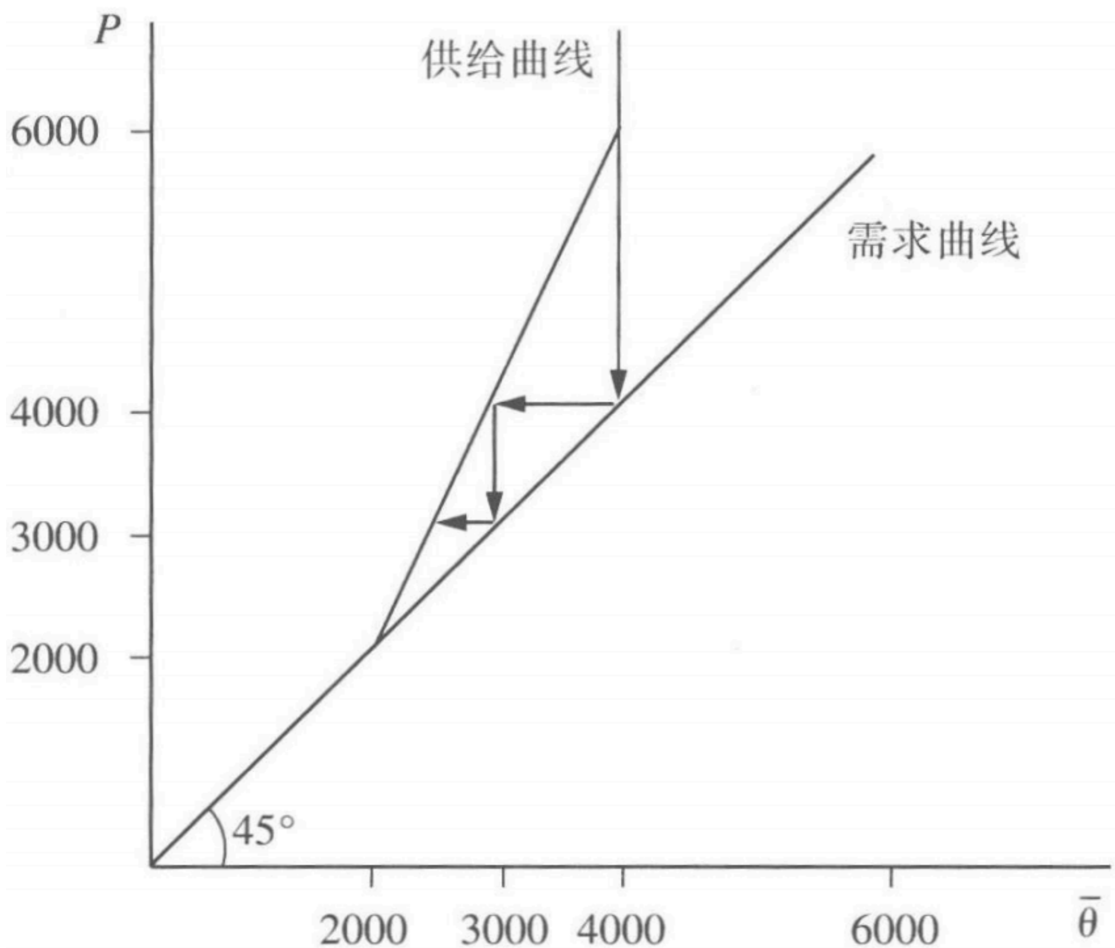
如果我们用需求曲线表示买者愿意支付的最高价格与市场上车的平均质量的关系，供给曲线表示市场上车的平均质量与价格的关系，上述结论可以用供求曲线来说明。此时，需求曲线为 $P = \mathbb{E}\theta := \overline{\theta}$，供给曲线为：

$$\overline{\theta} = \mathbb{E}[\theta|\theta \leqslant P] = \frac{\frac{1}{4000}\int_{2000}^{P} \theta \mathrm{d}\theta}{\frac{1}{4000}\int_{2000}^{P} \mathrm{d}\theta} = \frac{P}{2} + 1000$$

上述供给曲线意味着，尽管市场上出售的车的平均质量随着价格的上升而上升，但平均质量上升的幅度小于价格上升的幅度（这里等于 $1/2$）。

卖主类型连续分布

因为均衡意味着价格等于平均质量，均衡价格一定在过原点的 45° 线上，即 $P = \bar{\theta} = 2000$，如图所示（图中需求曲线的斜率为 1，供给曲线的斜率为 2，唯一的交点是 $(2000, 2000)$）：



卖主类型连续分布

上述供求曲线也可以转化为供给量和需求量与价格的关系。如通常情况下一样，供给曲线是向上倾斜的，因为价格越高，愿意出售的卖者越多。但与通常情况不同，需求曲线可能向上倾斜而不是向下倾斜，这是因为，给定效用函数，较高的价格诱导出较高的质量，从而诱导出较多的买者。这一点并不意味着传统微观经济学的需求理论是错误的。传统需求理论假定产品质量是给定的，与价格无关。但在这里，质量与价格有关。当然，一般来说，需求曲线的准确形状依赖于两种因素的共同作用，可能向上倾斜，也可能向下倾斜。

当然，整个市场消失的结论有些极端，它来自质量连续分布和买卖双方对车的 评价相同的假设。一般来说，交易之所以发生，是因为买者对同一物品的评价高于卖者。如果我们假定买者对旧车的评价高于卖者，旧车的交易就会出现，尽管较高质量的车仍然不会进入市场。关于这一部分的讨论具体可以参考张维迎《博弈论与信息经济学》第 $7.1-3$ 节。

保险市场的逆向选择问题

和“道德风险”一样，“逆向选择”这一术语最初也是来自对保险市场的研究。

- 在保险市场上，道德风险来自保险公司不能观察到投保人在投保后的防范措施（如是否把车停在安全的地方），从而投保人的防范措施偏离没有保险时的防范措施；
- 逆向选择来自保险公司事前不知道投保人的风险程度（与是否参加保险无关），从而保险水平不能达到对称信息情况下的最优水平（即高风险的消费者把低风险的消费者赶出保险市场）。

在现实中的保险市场上，道德风险和逆向选择是同时存在的，保险公司既缺乏投保人的风险程度的事前信息，也难以观察到投保人的事后防范措施。本节讨论的是逆向选择问题，道德风险属于委托代理理论的范畴。

保险市场的逆向选择问题

保险市场的逆向选择问题的经典文献来源于罗斯查尔德和斯蒂格利茨（Rothschild and Stiglitz，1976），本节内容是他们模型的简化。以财产保险为例，作为一个参照，首先考虑对称信息下的最优保险合同。

- 假定一个风险规避的消费者面临两种可能的自然状态，出事或不出事，分别用 $\theta = 2$ 和 $\theta = 1$ 表示；
- 如果出事，消费者的收入为 x_2；如果不出事，消费者的收入为 x_1（$x_1 > x_2$）；
- 假定出事和不出事的概率分别为 p 和 $1-p$，$0 < p < 1$。那么，消费者的期望收入为 $\overline{x} = px_2 + (1-p)x_1$。

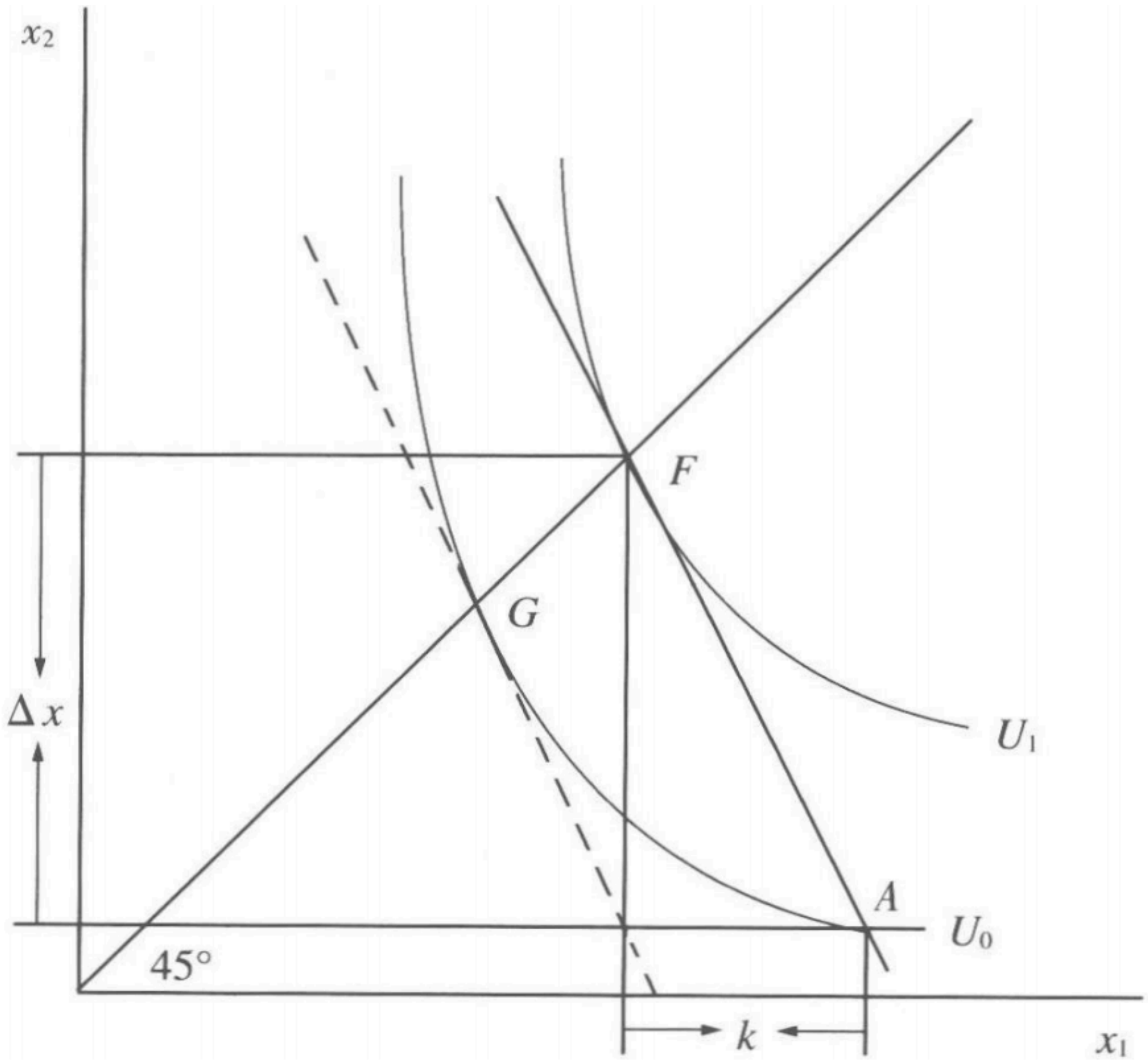
保险市场的逆向选择问题

假定消费者的冯诺伊曼效用函数为 $u(x)$，满足 $u' > 0$ 和 $u'' < 0$（即消费者是严格风险厌恶的）：

- 如果不参加保险，消费者的期望效用为 $u(\tilde{x}) = \mathbb{E}u(x) = pu(x_2) + (1-p)u(x_1)$，其中 $\tilde{x}$ 为确定性等价收入（$u'' < 0$ 意味着 $\tilde{x} < \overline{x}$）；
- 如果参加保险，消费者的期望效用为 $u(\tilde{y}) = pu(x_2 + \Delta x - k) + (1-p)u(x_1 - k)$，其中 k 是保险金，Δx 是出事后保险公司支付的赔偿额，$\tilde{y}$ 是对应保险合同的确定性等价收入。
  - 如果 $x_2 + \Delta x - k = x_1 - k$，即消费者在两种状态下的收入相同，我们说消费者被**完全保险（fully insured）**；
  - 如果 $x_2 + \Delta x - k < x_1 - k$，我们说消费者被**部分保险（partially insured）**；
  - 如果 $x_2 + \Delta x - k > x_1 - k$，我们说消费者被**过度保险（over-insured）**。

对称信息最优保险合同

首先考虑对称信息下的最优保险合同，结论是：假定保险公司风险中性，则完全保险最优。用几何图形说明：



对称信息最优保险合同

图中点 A 代表不参加保险时的收入状态，曲线 U_0 和 U_1 是状态空间上的消费者无差异曲线，其中 U_0 过点 A 意味着消费者的期望效用等于不参加保险时的期望效用，U_1 代表较高的期望效用水平。根据 $U(x_1, x_2) = pu(x_2) + (1-p)u(x_1)$，利用全微分，无差异要求

$$\frac{\partial U}{\partial x_1}\mathrm{d}x_1 + \frac{\partial U}{\partial x_2}\mathrm{d}x_2 = 0$$

即 $pu'(x_2) + (1-p)u'(x_1) = 0$，故在与 $45°$ 线相交的点上，由于 $x_1 = x_2$，因此无差异曲线的斜率为

$$\frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}x_1} = -\frac{\partial U}{\partial x_1}\Big/\frac{\partial U}{\partial x_2} = -\frac{1-p}{p}$$

对称信息最优保险合同

过点 F 和 G 的两条直线是保险公司的等期望利润曲线：

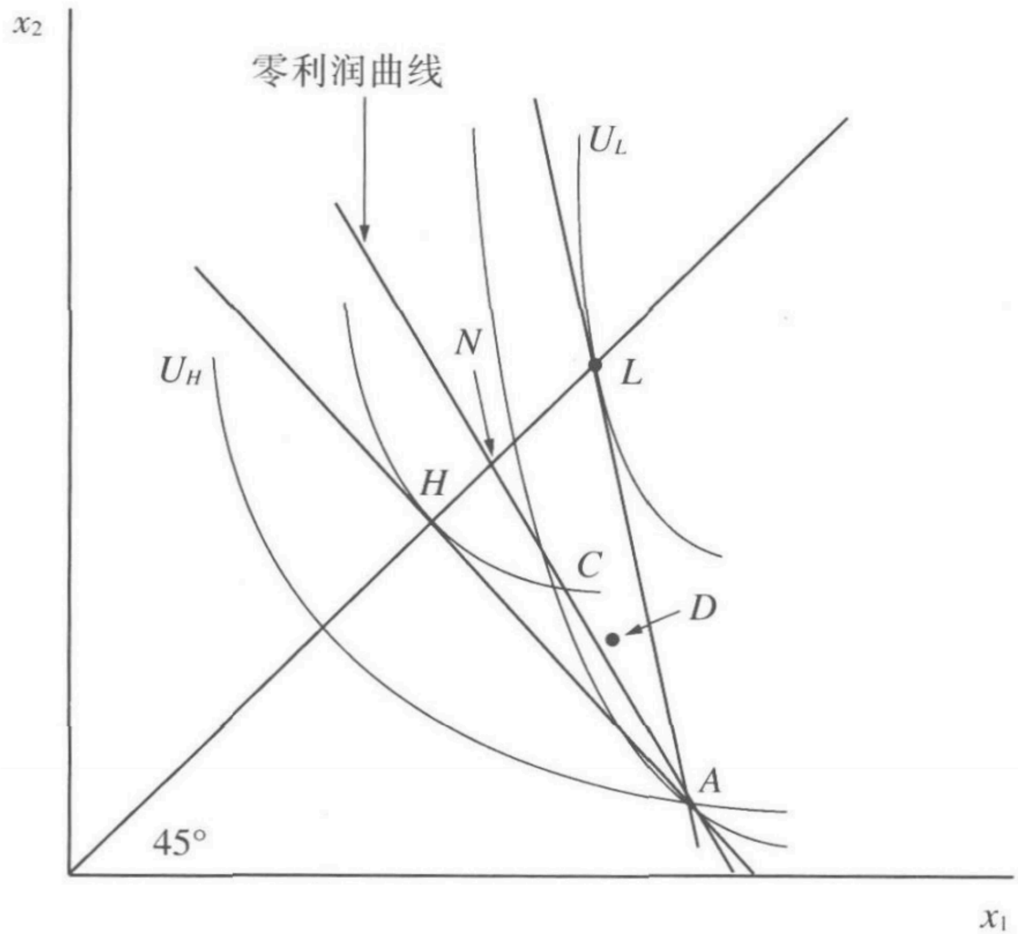
- 过 F 的直线代表的是零期望利润（因为过不买保险的点 A），过 G 的直线代表期望利润大于零（保费增加，赔付不变）；
- 等利润曲线的斜率推导：起始点 $(\overline{x}_1, \overline{x}_2)$，等利润要求

$$-p(x_2 - \overline{x}_2) + (1-p)(\overline{x}_1 - x_1) = \text{const}$$

  故等利润曲线的斜率为 $-(1-p)/p$，因此与无差异曲线相切于 $45°$ 线上；
- 无差异点相切于等利润曲线的点即为保险公司一定利润下投保人的最优选择，即消费者被完全保险（无论风险事件是否发生，收入都相等，即风险成本为 0）是最优的；
- 合理的均衡应该位于 F 和 G 之间的线段上，因为高于 F 的部分保险公司亏损，低于 G 的部分消费者亏损。事实上 F 点对应保险市场完全竞争的情况，保险公司的利润为零；G 点对应保险公司垄断的情况，保险公司的利润最大。

不对称信息下的逆向选择

现在假定消费者有两种可能的风险类型：高风险或低风险。用 p_H 和 p_L 分别表示两种类型的消费者出事的概率，$p_H > p_L$。下图给出了两类消费者的无差异曲线，其中 U_H 是高风险类型的无差异曲线，U_L 是低风险类型的无差异曲线，因为 $p_H > p_L$，所以在确定性收入线上前者斜率（绝对值）小于后者。



假定保险市场完全竞争从而均衡时利润为零（只是为分析的方便，与结论无关）。如果保险公司知道消费者真实类型，则对高风险消费者提供合同为 H，低风险消费者提供合同为 L。此时高风险消费者保费高于低风险消费者，这是合理的。

假定保险公司不知道消费者的真实类型，只知道消费者属于高风险和低风险的概率分别为 μ 和 $1-\mu$。如果保险公司收取 k 的保险金，出事后支付投保人 Δx，保险公司的期望利润为

$$\mathbb{E}\pi = \mu(k - p_H \Delta x) + (1-\mu)(k - p_L \Delta x)$$

零期望利润曲线介于 AH 和 AL 之间。如果消费者得到完全保险，满足零利润约束的保险合同在 N 点。

- 但 N 不可能是一个均衡，因为在此点上，低风险类型的消费者得到的效用低于他不参加保险时的效用，因而这类消费者会退出保险市场，只有高风险类型的消费者愿意投保；

- 当低风险消费者退出后，如果保险金和赔偿金不变，保险公司将亏损。为了不出现亏损，保险公司将不得不提高保险金直到 H 点。这样，高风险类型消费者把低风险类型消费者赶出了保险市场，这就是保险市场上的逆向选择问题。

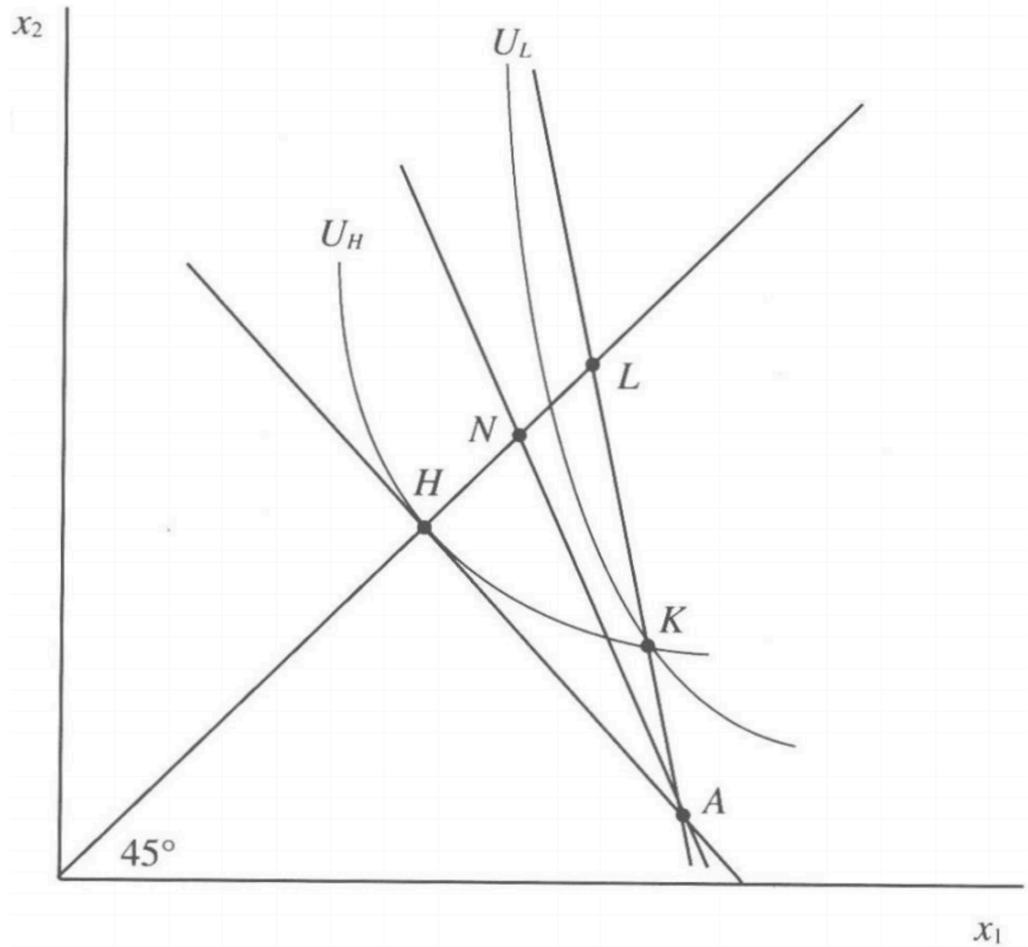
以上分析的一个基本结论是，如果有关消费者风险程度的信息是不对称的，帕累托最优保险合同不可能达到。但这并不是说低风险的消费者一定退出保险市场，一种可能的解决办法是对投保人只部分保险。

- 考虑图中的 C 点（AN 和过 H 的无差异曲线交点）。如果保险公司提供的保险合同在 C 点，保险公司的期望利润为零，高风险消费者和低风险消费者都愿意参加保险（过 C 点的无差异曲线高于过 A 点的无差异曲线），二者缴纳相同的保险金并且在出事时得到相同的赔偿；
- C 点是部分保险合同，因为它位于 $45°$ 确定收入线之下（即消费者在出事时的实际收入低于不出事时的实际收入）。

但 C 点这样的混同保险合同不可能是纳什均衡：

- 注意高风险消费者的任何一条给定的无差异曲线与低风险消费者的任何一条无差异曲线只相交一次，且在相交点上前者的斜率（绝对值）总是低于后者的斜率；
- 设想 A 保险公司提供合同 C，那么如果 B 保险公司提供合同 D，高风险的消费者将选择在 A 公司投保，而低风险的消费者将选择在 B 公司投保；
  - 但此时 A 公司的期望利润小于零（C 点在只有高风险消费者投保时的零利润线 AH 之上），B 公司的期望利润严格为正（D 点在只有低风险消费者投保时的零利润线 AL 之下）；
- 因此 C 不可能是一个混同均衡。读者可以检验，所有位于 AN 线上的点都不可能是一个均衡。

现在考虑是否存在分离均衡。



如图，在完全竞争的零利润假设下，分离均衡意味着高风险消费者的保险合同在 AH 线上，低风险消费者的保险合同在 AL 线上。

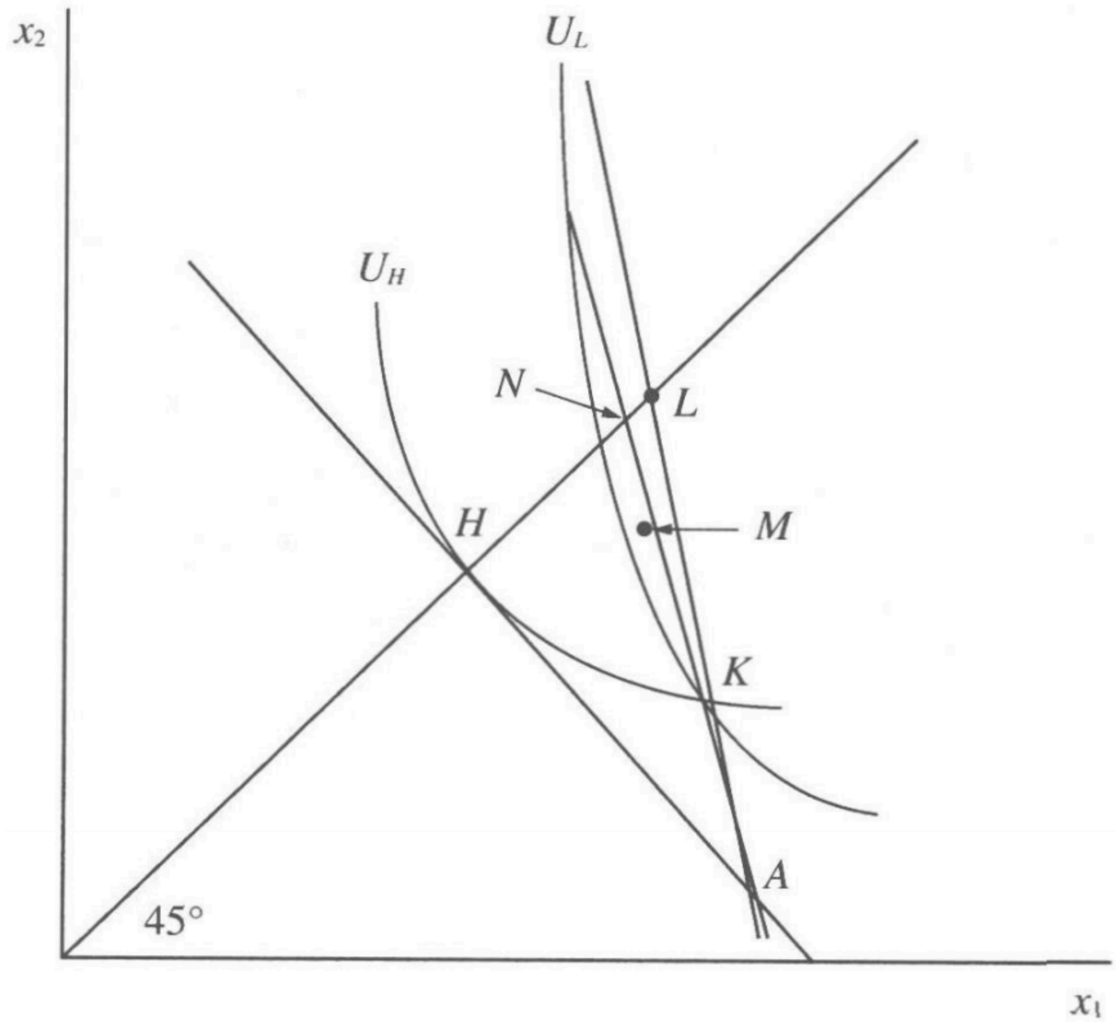
不对称信息保险市场的分离均衡

如果保险公司提供的保险合同是 H，所有的高风险消费者得到最好的合同条款，而低风险消费者宁肯不投保也不会接受 H。另一方面，如果保险公司提供的保险合同是 L，两类消费者都将选择 L（低风险类型的期望效用与对称信息下相同，高风险类型的期望效用比完全信息下更高）。

因此，L 不可能是一个分离均衡点。为了阻止高风险消费者混同于低风险消费者，低风险消费者的合同必须在过 H 的高风险消费者无差异曲线 U_H 之下（即必须在 K 右边的 AL 线上）。在零利润假设下，H 和 K 构成一个分离均衡：高风险类型选择 H，低风险类型选择 K。注意，与对称信息情况下不同，在非对称信息下，低风险类型消费者只能被部分地保险。

不对称信息保险市场的分离均衡

但分离均衡并不总是存在的。考虑下图，这个图与之前的图唯一的不同是，现在假定消费者属于高风险类型的概率 μ 足够低使得 N 点在低风险类型的无差异曲线 U_L 之上。



不对称信息保险市场的分离均衡

假定 H 和 K 是原来的合同。如果有一个公司提供合同 M，两类消费者都将选择 M 而不是原来的合同，因为 M 在 U_H 和 U_L 右边（代表较高的期望效用），并且提供 M 合同的保险公司得到正的期望利润。但我们已经证明，混同均衡是不可能的，所以 M 不可能是一个均衡，纯策略均衡不存在。

这里，不存在均衡表现为，如果有些公司提供分离合同，另有一些公司就会提供混同合同；如果有些公司提供混同合同，另一些公司就会提供分离合同，两类合 同互相“拆台”。当然，如果保险市场是垄断的，纯策略均衡是存在的。但如果保险市场是竞争性的，只有混合策略均衡存在。

非对称信息导致逆向选择从而使得帕累托最优的交易不能实现，在极端情况下，市场交易甚至根本不存在。

- 显然，如果拥有私人信息的一方（如旧车市场上的卖者）有办法将其私人信号传递给没有信息的一方（如买者），或者，后者有办法诱使前者揭示其私人信息，交易的帕累托改进就可以出现；
- 现实中，这样的办法确实存在。比如说，卖车的人向买车的人提供一定时期的维修保证，由独立的工程师（或汽车维修厂）对质量进行检查，等等；
  - 因为对卖主来说，车的质量越高，维修保证的预期成本越低，所以高质量的车主提供维修保证的积极性显然大于低质量的车主，买者将维修保证看作高质量的信号，从而愿意支付较高的价格。这就是所谓的**信号传递（signalling）**。

斯宾塞劳动力市场模型

在保险市场上，保险公司提供不同的保险合同供投保人选择，不同风险的投保人选择适合于自己的最优合同。例如保险分离均衡中，保险公司提供两个合同 H 和 K，那么高风险的投保人将选择 H，低风险的投保人将选择 K。这就是所谓的**信息甄别（screening）**。

信号传递和信息甄别的差异在于，在信号传递中，有私人信息的一方先行动，而在信息甄别模型中，没有私人信息的一方先行动。本节我们先讨论信号传递模型，然后讨论信息甄别模型。

此前我们已经讨论过信息传递的几个模型，这里我们讨论信号传递理论的开创者斯宾塞（Spence, 1974）的劳动力市场模型。在斯宾塞模型里，劳动力市场上存在着有关雇员能力的信息不对称，雇员知道自己的能力，雇主不知道，但雇员的受教育程度向雇主传递有关雇员能力的信息，原因在于，接受教育的成本与能力成反比，不同能力的人的最优受教育程度是不同的。

信号传递：教育不影响劳动生产率

考虑一个雇员和一个雇主：

- 雇员的能力 θ 有两个可能的值，分别为 $\theta = 1$（低能力）和 $\theta = 2$（高能力）；雇员知道自己的真实能力 θ，雇主只知道 $\theta = 1$ 和 $\theta = 2$ 的概率均为 $1/2$；
- 雇员在与雇主签约之前首先选择教育水平 $s \in \{0, 1\}$，其中 $s = 0$ 代表不接受教育，$s = 1$ 代表接受教育；
  - 接受教育的成本为 $C(s, \theta) = s/\theta$；
  - 斯宾塞—莫里斯条件：能力越高，教育成本越低，不同能力接受教育成本不同，教育水平才可能传递有关能力的信号；
- 雇主在观察到雇员的教育水平后决定雇员的工资水平 $w(s)$；
- 雇员选择接受或不接受；
  - 如果接受，企业的期望产出为 $y = \theta$（假定教育水平不影响产出），雇员的效用为 $U(s, \theta) = w - s/\theta$，企业的期望利润为 $\pi(s, \theta) = \theta - w(s)$；
  - 如果不接受，$U = \pi = 0$。

信号传递：教育不影响劳动生产率

假定劳动力市场完全竞争，从而在均衡情况下工资等于（预期的）劳动生产率，企业的预期利润为零。

- 首先注意到，因为教育本身并没有价值但却花费成本，在对称信息情况下，不论能力高低，雇员将选择 $s = 0$（不接受教育），低能力雇员的工资为 $w(\theta = 1) = 1$，高能力雇员的工资为 $w(\theta = 2) = 2$；
- 但这种帕累托最优均衡在信息不对称情况下一般做不到。这是因为，给定雇主不知道 θ，企业的期望产出是 $y = 0.5 \times 1 + 0.5 \times 2 = 1.5$，雇主之间的竞争将使得 $w = 1.5$，但 $w = 1.5$ 低于高能力雇员的边际产出。

信号传递：教育不影响劳动生产率

在非对称信息情况下，雇主只能观察到 s 而不能观察到 θ，因而工资只能以 s 而定。令 $\mu(\theta = 1 \mid s)$ 为当观察到雇员选择教育水平 s 时雇主认为雇员是低能力的后验概率。完美贝叶斯均衡意味着：

1. 雇员选择教育水平 $s(\theta)$；
2. 雇主根据观察到的 s 得出后验概率 $\mu(\theta = 1 \mid s)$ 和支付工资 $w(s)$，使得：
   - 给定预期的工资 $w(s)$，$s(\theta)$ 是能力为 θ 的雇员的最优选择；
   - 给定 $s(\theta)$，$\mu(\theta = 1 \mid s)$ 与贝叶斯法则一致；
   - 给定 $s(\theta)$ 和后验概率，$w(s)$ 是雇主的最优选择。

信号传递：教育不影响劳动生产率

读者不难求出这一博弈存在如下两种均衡：

$$(\text{PE, 混同均衡}): \begin{cases} s(\theta=1)=s(\theta=2)=0 \\ \mu(\theta=1 \mid s=0)=0.5 \\ \mu(\theta=1 \mid s=1)=0.5 \\ w(0)=w(1)=1.5 \end{cases}$$

即两类雇员都选择不接受教育。

$$(\text{SE, 分离均衡}): \begin{cases} s(\theta=1)=0,\ s(\theta=2)=1 \\ \mu(\theta=1 \mid s=0)=1 \\ \mu(\theta=1 \mid s=1)=0 \\ w(0)=1,\ w(1)=2 \end{cases}$$

即低能力的雇员选择不接受教育，高能力的雇员选择接受教育。

信号传递：教育不影响劳动生产率

然而回忆均衡精炼中的劣策略，对于低能力雇员：

- 如果接受教育，即使雇主认为接受教育的一定是高能力的，雇员的效用为 $u_1 = 2 - 1/1 = 1$;
- 如果不接受教育，即使雇主认为不接受教育代表低能力，雇员的效用为 $u_2 = 1 - 0 = 1$。

故 $u_1 \leqslant u_2$，并且在其它后验信念下严格不等号会成立，故接受教育对低能力雇员是一个劣策略。因此，当看到接受教育时，雇主会修正自己的后验概率，认为一定是高能力的雇员，从而混同均衡不成立。故只有分离均衡是一个完美贝叶斯均衡。

信号传递：教育不影响劳动生产率

以上讨论说明，即使教育本身并不提高工人的劳动生产率，它仍然具有传递信号的作用。

- 当然，从社会的角度看，教育似乎是一种浪费。如果是这样的话，为什么不把学校关闭呢?
  - 第一，即使教育不提高能力，也可能通过提供信息使得雇主将雇员分配在最合适的工作岗位，从而改进配置效率。比如说，设想有教授和打字员两种工作，尽管混同均衡可能会提高打字员的平均效率，但显然不利于学术的发展；
  - 第二，如果没有信号传递的话，有才能的人可能离开公司从事相对效率较低的个体工作，从而对社会是一种损失：在上例中，在混同均衡下，高能力的人的工资为 1.5，低于他的生产率 2，那么,只要从事个体活动的生产率大于 1.5，他就会离开公司从事个体活动；
  - 第三，更为重要的是，教育本身可能是有助于提高生产率的。下面的模型考虑了这一点。

信号传递：教育提高劳动生产率

现在讨论更为一般的模型：教育可以提高雇员的劳动生产率。仍然假定雇员的能力只有两个可能的水平，$\theta = 1, 2$，但教育水平 s 是一个连续变量，$s \in [0, \bar{s}]$。假定给定能力 θ 和教育水平 s，雇员的期望产出函数为：

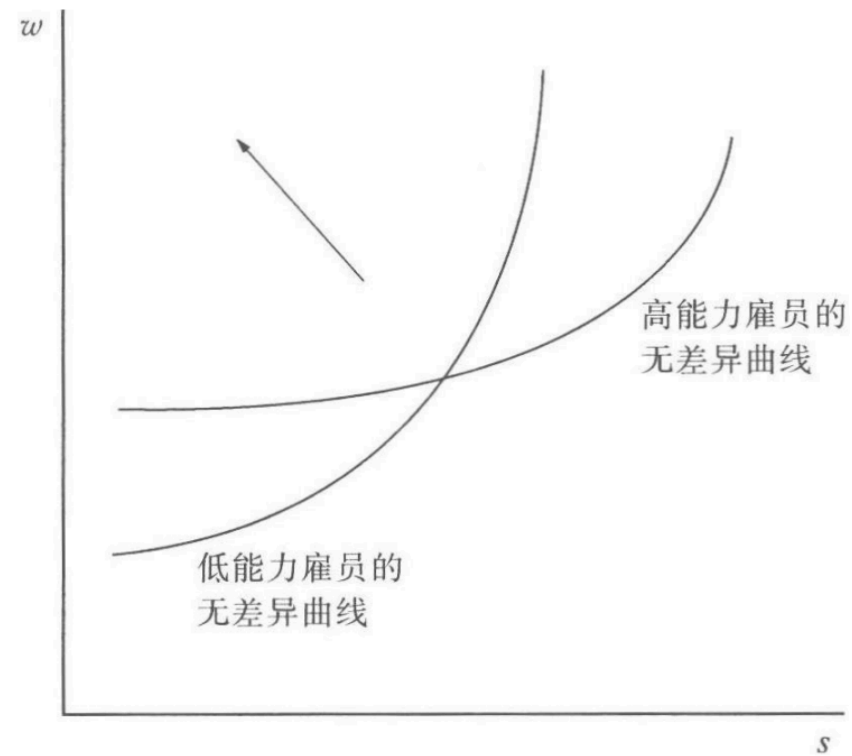
$$y(\theta, s) = \begin{cases} s & \theta = 1 \\ 2s & \theta = 2 \end{cases}$$

就是说，对于任何给定的 s，高能力雇员的劳动生产率是低能力雇员的两倍，而给定能力 θ，教育水平越高，劳动生产率越高。

令 $U_\theta(w, s)$ 是能力为 θ 的雇员的效用函数，其中 w 是雇员预期将得到的工资收入。我们假定 $\partial U/\partial w > 0, \partial^2 U/\partial w^2 \leqslant 0$, $\partial U/\partial s < 0, \partial^2 U/\partial s^2 < 0$，即：收入带来正效用，边际效用递减（或不变）；教育带来负效用，边际成本递增。在这个假设下，在 (s, w) 空间，我们得到斜率为正且递增的无差异曲线。

信号传递：教育提高劳动生产率

一个关键的假设是：低能力雇员的教育成本相对高于高能力雇员的教育成本，即 $|\partial U_1/\partial s| > |\partial U_2/\partial s|$。这一假设意味着，在几何图形上，低能力雇员的无差异曲线处处陡于高能力雇员的无差异曲线（为了保持给定效用水平，教育水平每增加一单位，低能力雇员所需的补偿工资高于高能力），因而两条属于不同能力雇员的无差异曲线只有一个相交点（“单交叉条件”）。



信号传递：教育提高劳动生产率

雇员的问题是，给定预期得到的工资 w，选择教育水平 s，最大化效用函数 $U_\theta(w,s)$。在完全信息下，雇主之间的竞争使得均衡工资等于劳动生产率：$w=y_1=s, w_2=y_2=2s$。

- 低能力雇员最大化 $U_1(s,s)$，根据链式法则，最优化条件为：

$$\frac{\partial U_1}{\partial s}+\frac{\partial U_1}{\partial w}\frac{\partial w}{\partial s}=0$$

由于 $w=s$，故上式化简为：

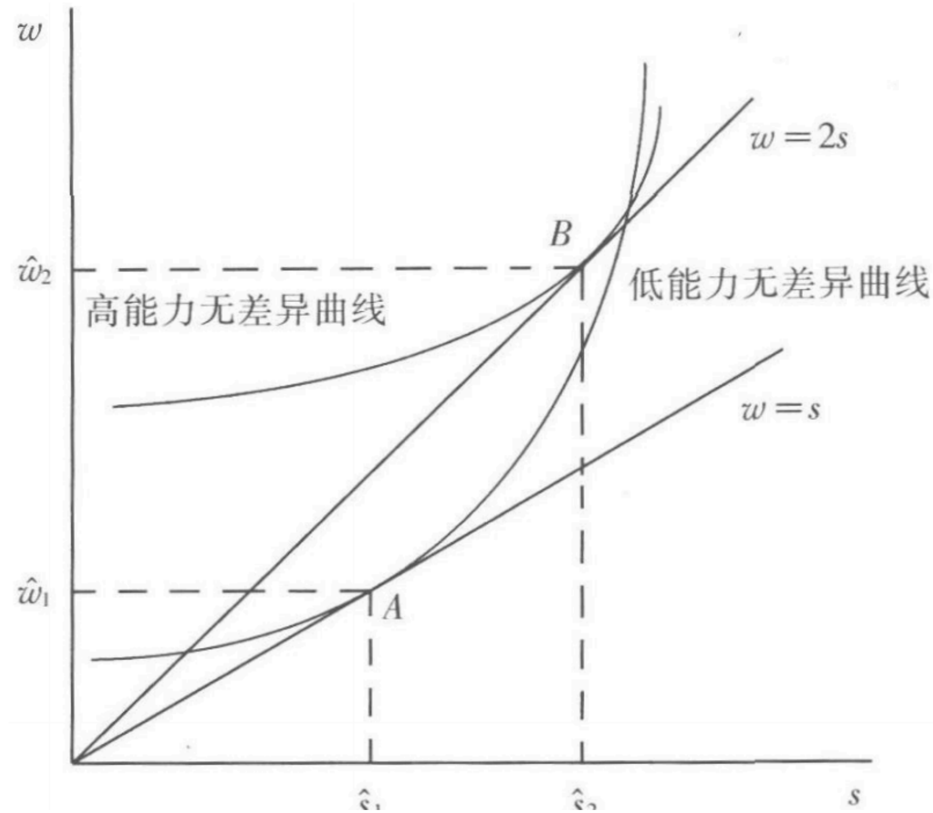
$$\frac{\partial U_1}{\partial s}+\frac{\partial U_1}{\partial w}=0$$

- 高能力雇员最大化 $U_2(2s,s)$，类似地，最优化条件为：

$$\frac{\partial U_2}{\partial s}+2\frac{\partial U_2}{\partial w}=0$$

几何意义为：最优解在无差异曲线与产出曲线的相切点。

信号传递：教育提高劳动生产率



图中 A 和 B 分别是低能力雇员和高能力雇员的均衡点：低能力雇员选择教育水平 s，得到工资 w；高能力雇员选择教育水平 s_2，得到工资 w_2。注意，与上一部分的简单模型不同，这里因为教育提高生产率，在完全信息下每个雇员都将选择正的教育水平，并且，高能力雇员选择的教育多于低能力的雇员。

信号传递：教育提高劳动生产率

但不完全信息下，(A,B) 不构成均衡：如果雇员预期雇主将对教育水平为 s_2 的雇员支付工资 w_2，即使低能力的雇员也将选择教育水平 s_2（过 B 点的无差异曲线代表比过 A 点的无差异曲线更高的效用水平），而这意味着雇主的期望利润为负数。

假定雇员属于低能力和高能力的先验概率相等，令 $\mu(s)=\mu(\theta=1\mid s)$ 为当观察到雇员选择教育水平 s 时雇主认为雇员属于低能力的后验概率（$1-\mu(s)$ 是属于高能力的后验概率）。那么，在非对称信息下，完美贝叶斯均衡可以定义如下：

- 存在一个工资函数 $w(s)$，一个教育水平 $s^*(\theta)$，和一个后验概率 $\mu(s)$，使得：
  - 给定 $w(s), s^*$ 最大化 $U_\theta(w(s),s)$；
  - $w(s^*)=\mu(s^*)s^*+2(1-\mu(s^*))s^*$；
  - $\mu(s)$ 与贝叶斯规则相一致。

信号传递：教育提高劳动生产率

第一个条件的含义很明确，即给定预期的工资函数，能力为 θ 的雇员将选择使自己的效用函数最大化的教育水平 $s^*(\theta)$；最后的贝叶斯规则也无需解释；关键是第二个条件，这称为参与约束：在均衡时，雇主支付给雇员的工资等于雇员的产出的期望，从而企业的期望利润为零（竞争性假设）。

尽管教育水平是一个连续的选择变量，但在均衡情况下，相同能力的雇员将选择相同的教育。

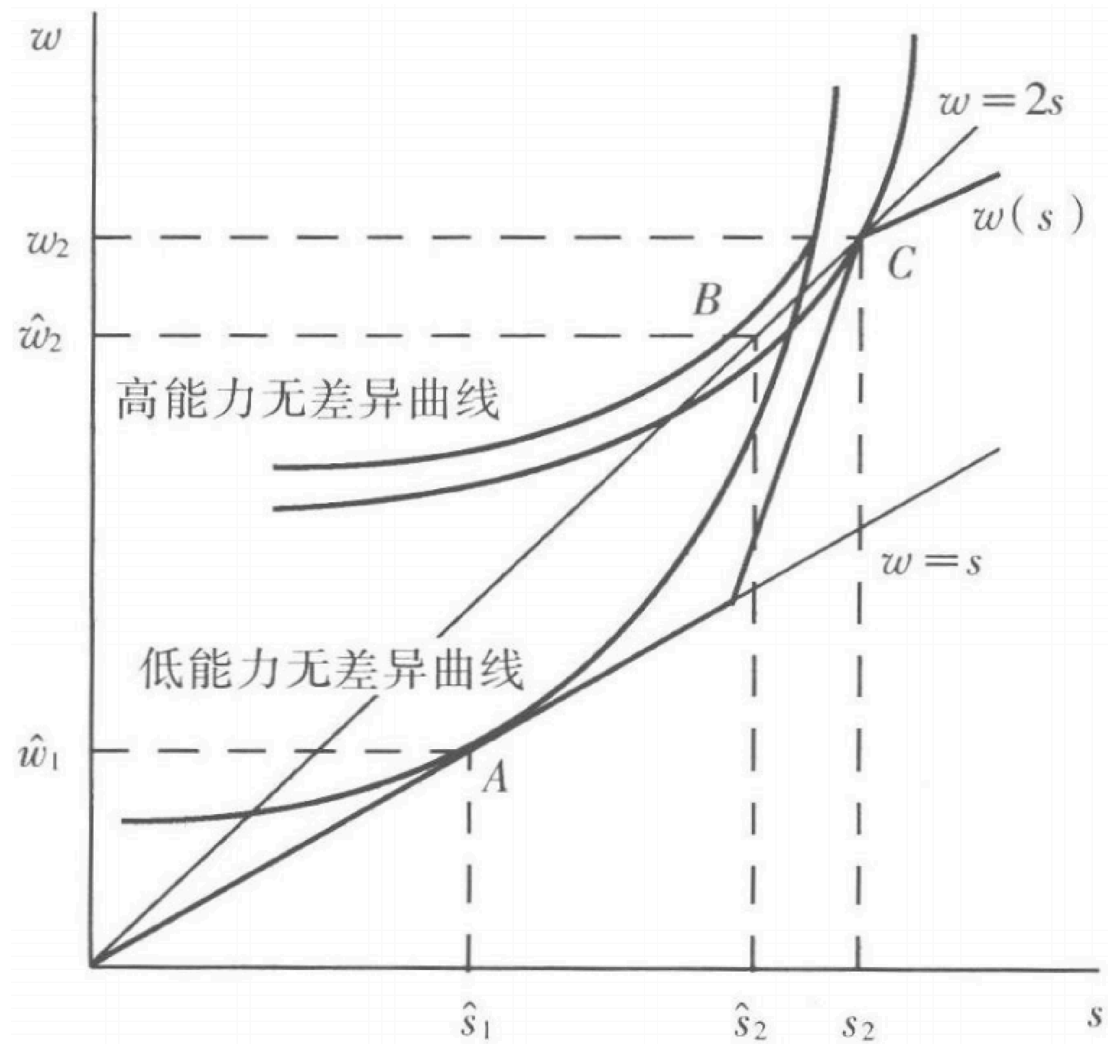
- 在分离均衡中，不同能力的雇员将选择不同的教育水平，雇主根据雇员的教育水平判断其能力，工资等于其劳动生产率：
  - 能力为 $\theta = 1$ 的雇员选择 $s^*(1) = s_1$，能力为 $\theta = 2$ 的雇员选择 $s^*(2) = s_2$，且 $s_1 \neq s_2$；
  - 雇主认为教育水平为 s_1 的是低能力，从而支付工资 $w(s_1) = s_1$，教育水平为 s_2 的是高能力，从而支付工资 $w(s_2) = 2s_2$；

信号传递：教育提高劳动生产率

- 在混同均衡中，两类能力的雇员选择相同的教育水平 $s^*(1) = s^*(2) = s^*$，雇主不能从教育水平区别雇员的能力，因此，只能支付同一的工资 $w(s^*) = 0.5s^* + 0.5 \times 2s^* = 1.5s^*$。
- 注：半分离均衡感兴趣的读者可以自行考虑，这里主要讨论分离均衡和混同均衡。

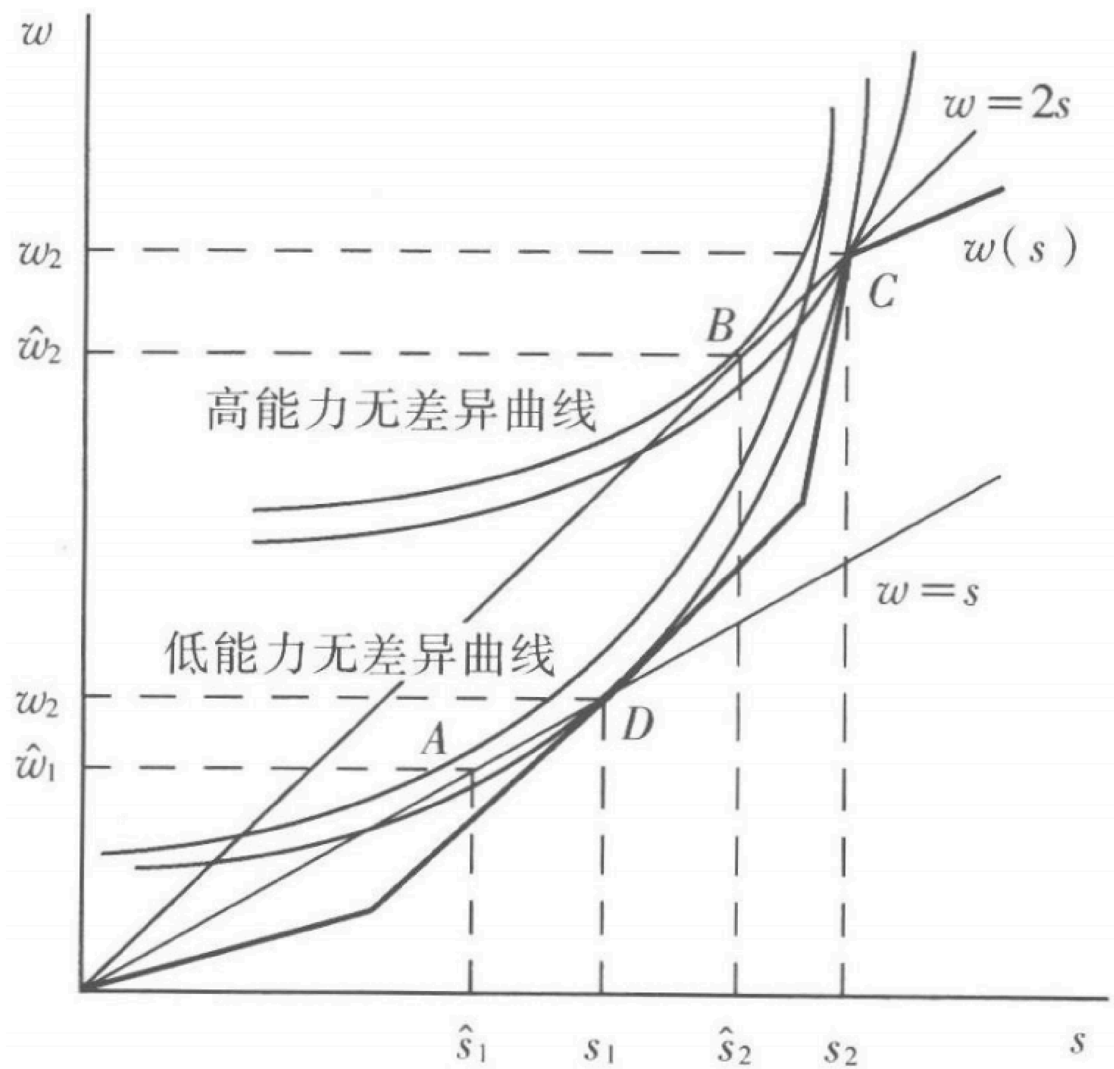
用几何图形解释两种均衡。分离均衡的条件是低能力雇员宁愿选择 $(s = s_1, w = s_1)$ 而不是 $(s = s_2, w = 2s_2)$，高能力雇员相反。在下页图中，粗线代表雇员预期的工资曲线 $w(s)$，A 和 C 是两个均衡点，其中 A 是低能力雇员的最优点，C 是高能力雇员的最优点。显然，低能力雇员没有积极性选择 C，高能力雇员也没有积极性选择 A。从图中可以看出，均衡条件一意味着工资曲线 $w(s)$ 必须在过均衡点的无差异曲线的下方；条件二意味着低能力的均衡点在 $w = s$ 直线上，高能力的均衡点在 $w = 2s$ 直线上（但这个约束并没有对非均衡教育水平的工资函数有什么限制，我们将在后面讨论这一点）。

信号传递：教育提高劳动生产率



显然分离均衡不是唯一的：对应不同的工资函数，我们有不同的分离均衡（事实上，有无穷多个分离均衡）。

下图给出另一个分离均衡，在这个均衡中，低能力雇员选择 D，高能力雇员选择 C。

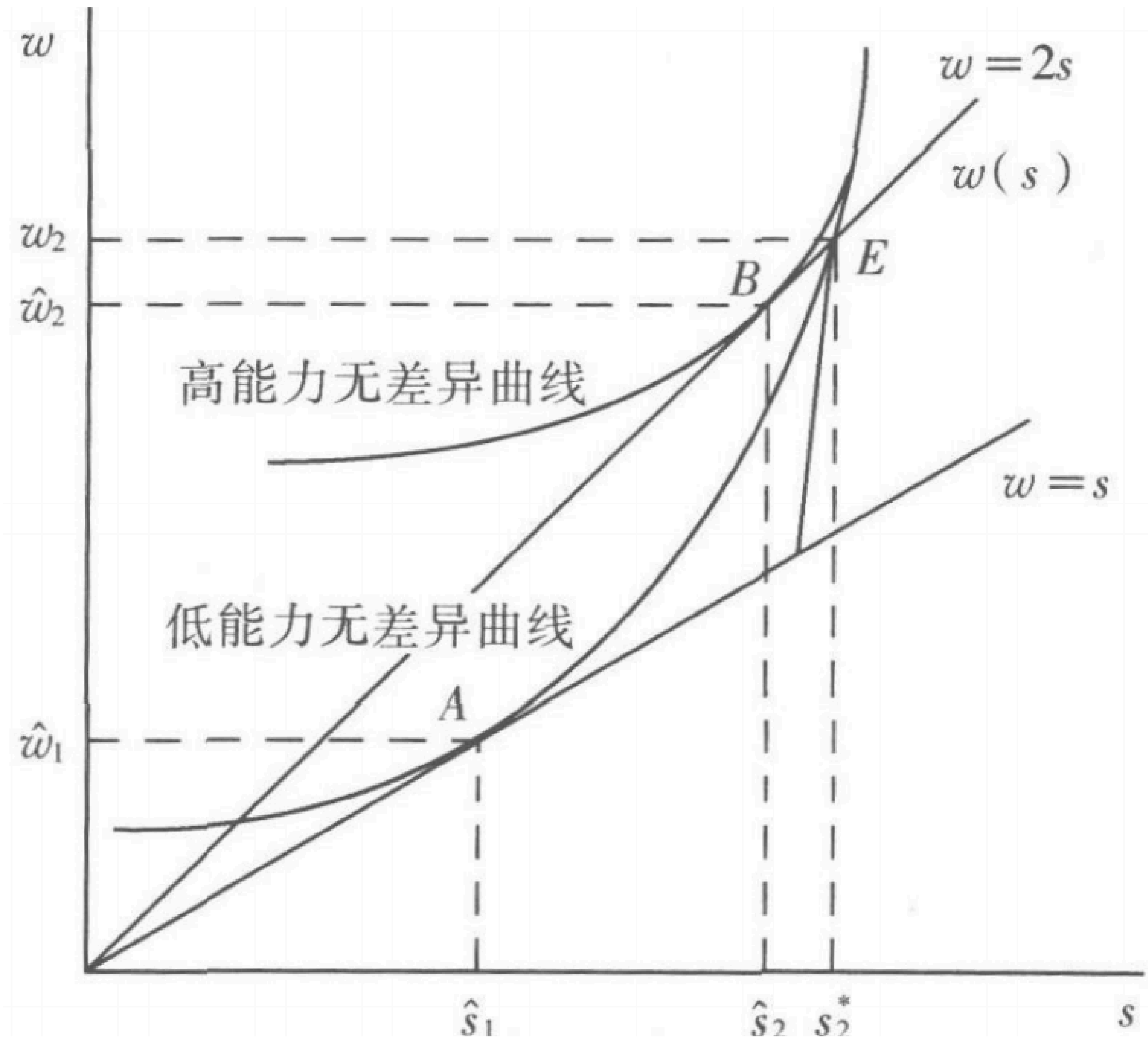


尽管不同的工资函数对应不同的分离均衡，但剔除劣策略后只有一个分离均衡是合理的。首先在任何分离均衡中，低能力雇员的最优选择是 $(s_1 = \hat{s}_1, w(s_1) = \hat{s}_1)$，与完全信息相同。

进一步，从下页图中可以看出，对于低能力的雇员来说，不论雇主的后验概率如何，所有的 $s \geqslant s_2^*$ 都弱劣于 $\hat{s}_1$。因此，当观察到 $s \geqslant s_2^*$ 时，雇主不应该认为雇员是低能力的，即对于所有的 $s \geqslant s_2^*$，合理的后验概率应该为 $\mu(s) = 0$，因而合理的工资函数应该为 $w(s) = 2s$，如图所示。

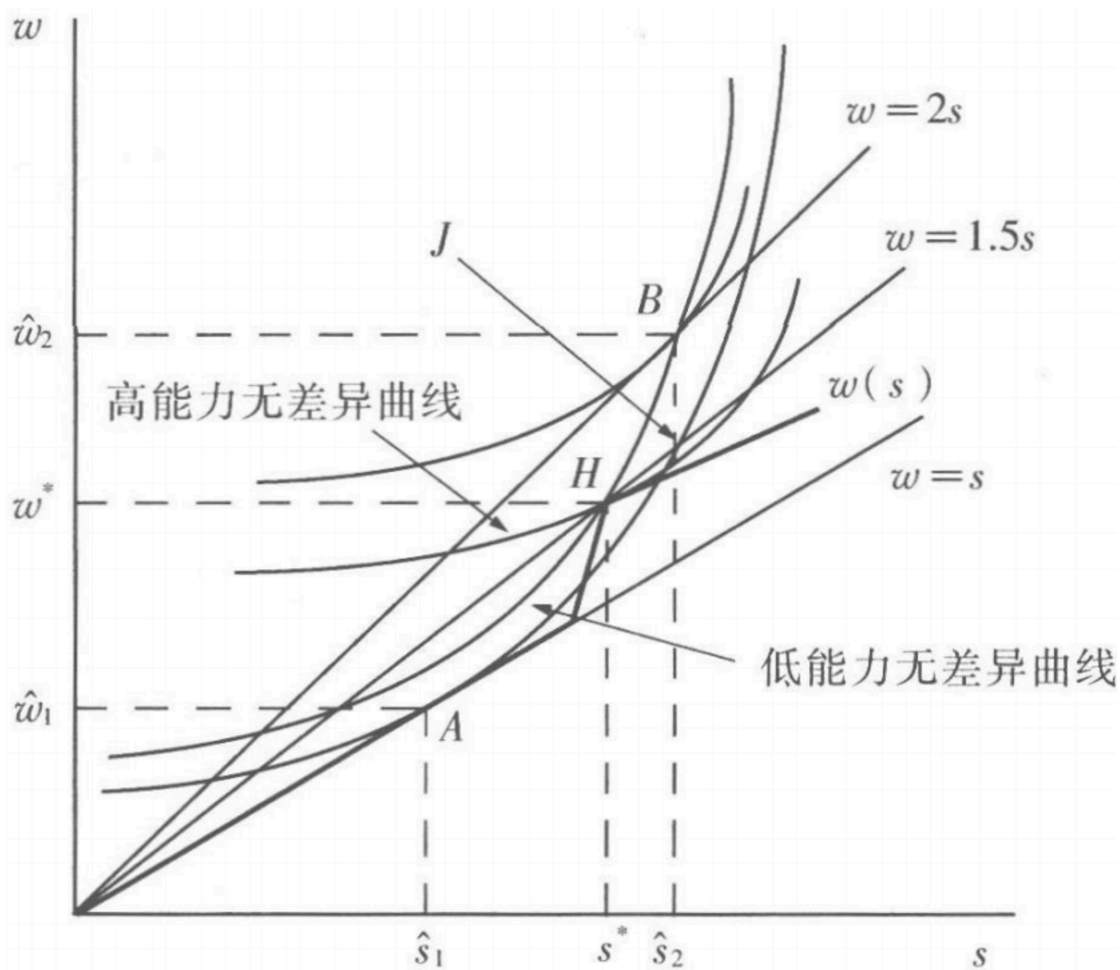
给定这一点，高能力雇员没有必要选择大于 s_2 的教育水平：s_2 是高能力雇员将自己与低能力雇员区别的最低教育水平。因此唯一合理的分离均衡是 (A, E)。这里，$\Delta s = s_2^* - \hat{s}_2$ 是为实现分离的最少额外教育。

信号传递：教育提高劳动生产率



信号传递：教育提高劳动生产率

在讨论过分离均衡后，我们来看混同均衡。混同均衡意味着所有类型的雇员选择相同的教育水平，得到相同的工资。



上图给出一个混同均衡 (s^*, w^*)。显然任何一个点 $H = (s^*, w^*)$ 只要满足 $w^* = 1.5s^*$ 和对于所有的 $s \neq s^*$，$U(w^*, s^*) \geqslant U(w(s), s)$，都是一个混同均衡。在几何图形上，这个条件意味着工资曲线在过点 H 的两条相交的无差异曲线（分别属于两类雇员）之下。事实上可以找到连续无穷多个混同均衡。

然而，直观标准可以剔除所有的混同均衡：假定 $H = (s^*, w^*)$ 是一个混同均衡，设想雇员偏离均衡选择 $J = (s^* + \delta s^*, w^* + \delta w^*)$，因为对高能力雇员来说 J 优于均衡 H，而对低能力雇员反之；故观察到 J 出现时，雇主应认为雇员属于高能力，即 $\mu(s^* + \delta s^*) = 0$。因为期望利润 $2(s^* + \delta s) - (w^* + \delta w) = 0.5(s^* + \delta s) > 0$，雇主应该接受 J；因此，高能力雇员应该选择 J 而不是 H。这样，H 不满足直观标准，应该从均衡中剔除。类似地，所有混同均衡都不满足直观标准。

信号传递：教育提高劳动生产率

因此唯一的均衡是分离均衡：低能力雇员选择教育水平 $\hat{s}_1$，得到工资 $w = \hat{w}_1 = \hat{s}_1$；高能力雇员选择教育水平 $s_2^* > \hat{s}_2$，得到工资 $w = w_2^* = 2s_2^*$。教育水平成为传递雇员能力的信号。

以上模型的博弈顺序是，雇员在签订就业合同之前根据预期到的工资函数首先选择教育水平，雇主在观察到雇员的教育水平之后再决定支付什么样的工资给雇员。现在把博弈的顺序逆转过来：雇主首先行动，在雇员接受教育前提出一个合同菜单 $\{w, s\}$，雇员选择其中一个与雇主签约，然后根据合约规定接受教育 s，在完成教育后得到合约规定的工资 w。这就是下一小节开始介绍的信息**甄别（screening）**模型。

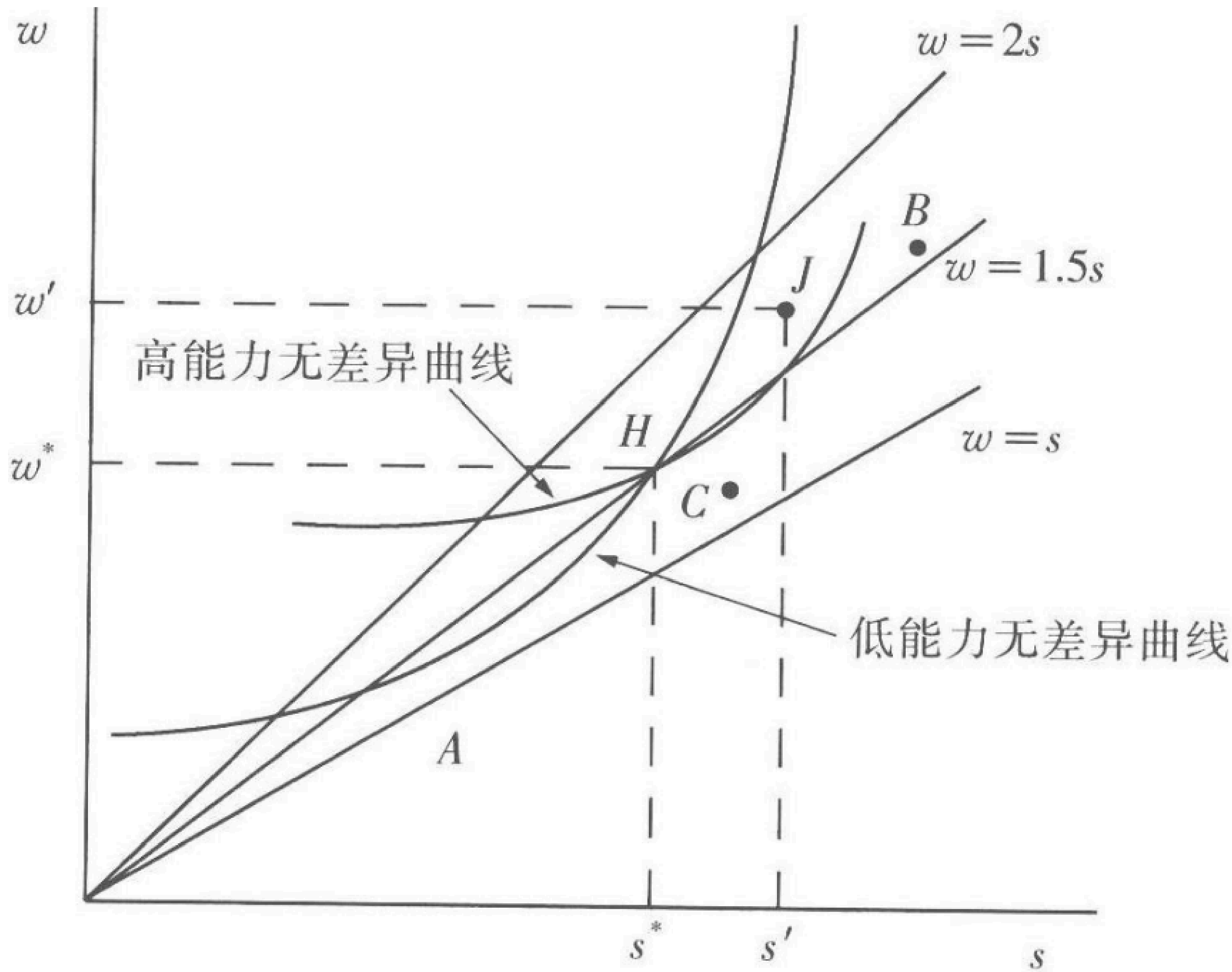
信息甄别：雇主先行

在信息甄别模型中，均衡指存在着一组合同 $((w_1, s_1), (w_2, s_2), ..., (w_k, s_k))$，和一个选择规则 $R : \theta \to (w, s)$，使得：

1. 每一类型雇员在所有可选择的合同中选择一个最适合自己的合同（即，θ 能力的雇员选择 (w_θ, s_θ)，当且仅当对于所有的 $(w, s), U_\theta(w_\theta, s_\theta) \geqslant U_\theta(w, s)$）；
2. 雇主的利润不能为负；
3. 不存在新的合同能够使得选择提供该合同的雇主得到严格正的利润。

或许有读者认为，从直观上，信息甄别与信号传递类似，因此均衡解是类似的。单实际上，行动顺序的改变对均衡结果有重要影响。在信息甄别模型中，不存在混同均衡。

信息甄别：雇主先行



考虑上图。假定一个雇主提供合同菜单 $\{A, B, C, H\}$，使得两类雇员都选择 $H = (w^*, s^*)$（最优选择），企业的利润为零（先验概率和 H 点工资率匹配）。

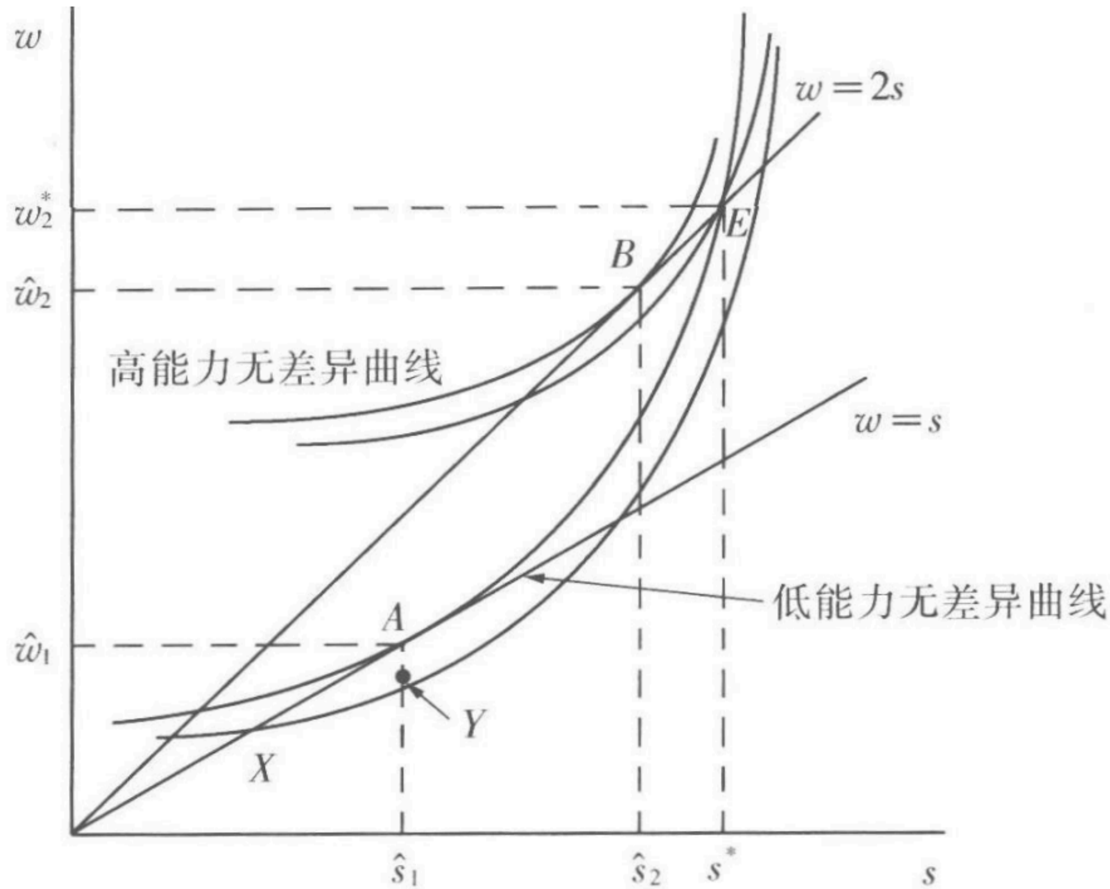
但是，考虑另一个可选择的合同 $J = (w', s')$：

- 因为对高能力雇员来说，$J = (w', s')$ 优于 $H = (w^*, s^*)$，而对低能力雇员来说，正好相反，因此，高能力雇员将由 H 转向 J，低能力雇员将继续选择 H；
- 因为 $w' < 2s'$，提供 J 的雇主将得到正的利润；而当高能力雇员转向 J 时，提供 H 的雇主将亏损，不满足参与约束，因此，H 不可能是一个均衡。类似地，我们可以证明，任何 $w = 1.5s$ 线上的点都不可能构成均衡。

这样，唯一可能的均衡是分离均衡。进一步可以证明，与信号传递模型的多重均衡不同，在信息甄别模型中，分离均衡是唯一的（如果存在）。首先在分离均衡中，低能力雇员将选择 A，即完全信息下的最优点，这是因为如果一个雇主提供低能力雇员任何不同于 A 的合同（如下页图中 X），另一个雇主可以通过新的合同如 $Y = (w_1 - \varepsilon, s)$ 将低能力雇员吸引走并得到正的利润。只有在 $A = (w, s_1)$ 点才不存在帕累托改进合同。

信息甄别：雇主先行

从图中也可以看出，高能力雇员的均衡合同为 $E=(w,s)$：任何 E 左边的点都不能将低能力和高能力分离（即低能力雇员会假装高能力），而任何 E 右边的点都会被其他雇主的有利可图的新合同取代。



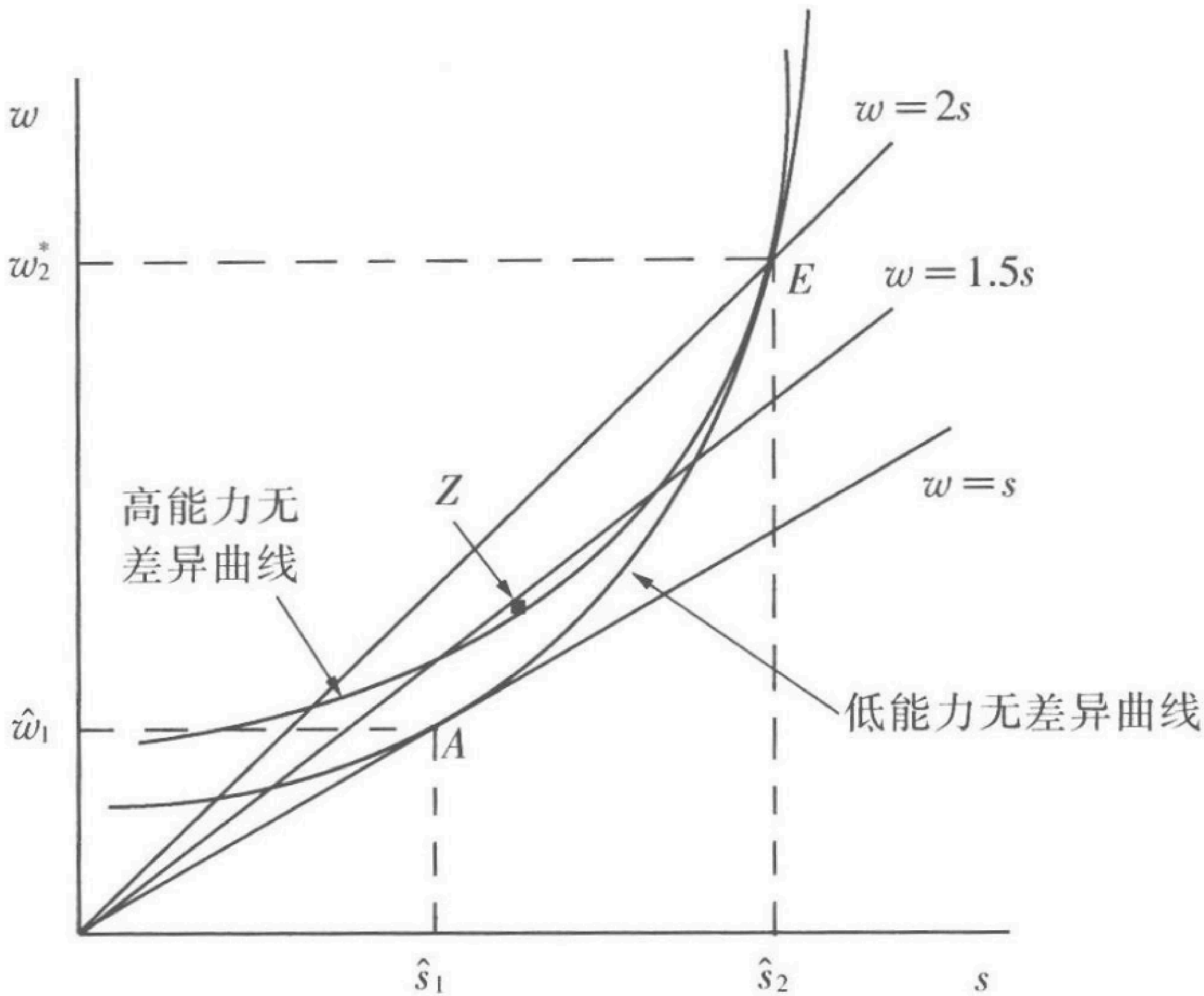
信息甄别：雇主先行

在信息甄别模型中，分离均衡是唯一的，但分离均衡也可能根本就不存在。下页图和上页图的唯一区别是过 E 点的高能力雇员的无差异曲线与 $w = 1.5s$（平均生产率曲线）相交。

- 假定 (A, E) 是一个均衡点。如果有另一个雇主提供合同 $Z = (w', s')$，两类雇员都将转向选择 Z，而放弃原来的选择；
- 因为 Z 在 $w = 1.5s$ 之下，雇主是有利可图的。

因此 (A, E) 不可能是一个分离均衡。另一方面，我们已经证明不存在混同均衡。因此根本没有均衡。

信息甄别：雇主先行



信息甄别：雇主先行

一个有意思的问题是，为什么在信号传递模型中有多个分离均衡和多个混同均衡，而在信息甄别模型中，唯一可能的均衡是分离均衡？

- 原因在于，在信号传递模型中，均衡依赖于雇主（没有私人信息的参与人）有关雇员（有私人信息的参与人）的后验概率，而因为存在着非均衡路径，非均衡路径上的后验概率具有任意性，对应不同的后验概率，有不同的均衡；
- 对比之下，在信息甄别模型中，后验概率是没有意义的。雇主先提供合同，雇员行动之后的后验概率不影响雇主的选择；而后行动的雇员具有完全的信息。

毫不奇怪，当我们在信号传递模型中剔除掉“不合理”的后验概率时，剩下的唯一均衡是分离均衡，并且该分离均衡与信息甄别模型中相同（即最低成本分离均衡）。

信息甄别：雇主先行

当然更为棘手的问题是在信息甄别模型中，甚至不存在均衡。

- 这里的问题可能并不在于现实市场中不存在均衡，而可能出在均衡概念本身；
- 特别地，均衡概念隐含地假定，如果第二个雇主用新的有利可图的合同破坏了原来的均衡时，没有进一步的变化出现；
- 如果不是这样，比如说，如果原来的雇主对竞争者的新合同作出反应，使得本来的有利可图的偏离不再有利可图，原来的均衡就可以恢复。在理论上"恢复"均衡的两个主要文献是 Riley（1979）和 Wilson（1977）：
  - Riley 提出"反应均衡"的概念，为了破坏原来的均衡，新的合同不仅应该在原合同的基础上是严格有利可图的，而且不存在更新的合同使得其严格无利可图；
  - 威尔逊提出了"预期性均衡"的概念，要求，为了破坏原来的均衡，新的合同不仅要在原合同存在时严格有利可图，而且在原合同撤出后仍然不带来亏损。

信息甄别：雇主先行

以劳动力市场为例，考虑反应均衡。此前我们用 $J=(w',s')$ 打破了混同均衡 $H=(w^*,s^*)$；只要 $H=(w^*,s^*)$ 依然可供选择（从而低能力的雇员仍然选择它），不存在其他的新合同使得 $J=(w',s')$ 无利可图（因为 $J=(w',s')$ 只吸引高能力雇员），因此混同均衡不存在的论点依然成立。

但是当第二个雇主试图用新的混同合同 Z 打破原来的分离均衡 (A,E) 时，原来的雇主可以用另一个分离合同吸引高能力雇员，使得第二个雇主的混同合同 Z 严格无利可图（因为只有低能力的雇员选择 Z）。因此，根据反应均衡的概念，第二雇主就不会用 Z 破坏 (A,E)。因此，反应均衡总是存在的，它就是唯一的分离均衡 (A,E)。

信息甄别：雇主先行

考虑预期性均衡。此前我们用 $J=(w',s')$ 打破了混同均衡 $H=(w^*,s^*)$，但此时如果原来的雇主不再提供 H（因为该合同现在只吸引低能力雇员从而使雇主亏损），低能力雇员也选择 $J=(w',s')$，因而新合同的利润严格为负。预期到这一点，没有雇主愿意打破混同均衡 $H=(w^*,s^*)$，故混同均衡存在。

但是当第二个雇主用新的混同合同 Z 打破原来的分离均衡 (A,E) 时不存在这样的风险，因为 Z 吸引两类雇员，与原合同 (A,E) 是否退出无关。因此，根据预期性均衡的概念，预期性均衡总是存在的，甚至可能多于一个，并且混同均衡是可能的。

克瑞普斯（Kreps，1990）指出，瑞里和威尔逊的均衡概念哪一个更为恰当，依赖于所考虑的市场特征。以保险业市场为例：如果法律规定原有合同不能撤出，瑞里的均衡概念更为合理；但如果原有合同可以撤出，威尔逊的均衡概念似乎更为恰当。